





BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio XXX

Palchetto 5

Num.° d'ordine 8

A central illustration of a horse and rider, similar to the one in the top logo, but it is crossed out with a large, hand-drawn 'X' that spans the width of the label.

141127

NAZIONALE

B. Prov.

I

489

NAPOLI

R. BIBLIOTECA

VITT. EM. III

B. P

I

489

xxx

5



606656
BN

P R I N C I P J
D I
ASTRONOMIA NAUTICA

D I
M. D E R O S S E L

Membro del Burò delle Longitudini di Francia , antico Capitano di
Vascello , Redattore e Cooperatore del Viaggio di Entrecasteaux.

Tradotto la prima volta in italiano sull'ultima edizio-
ne francese, ad uso de'Guardiamarina Napolitani. Ed
aggiuntovi in fine una Raccolta di Problemi Nautici.



N A P O L I

Dalla Tipografia della Reale Accademia di Marina

1819.

AGRICULTURE

1900

1900

1900

1900

1900

1900

1900

1900

AVVERTIMENTO.

Per giustificare la nostra intrapresa di tradurre il presente Trattatino, e per evitare la taccia di chi ci volesse rimproverare di non mancare libri elementari in Astronomia da poter porre nelle mani a' giovani vaghi di questa utilissima scienza, noi non risponderemo altro in nostro favore, se non che l'oggetto, che ci abbiamo prefisso non è già quello di un completo studio della medesima, ma bensì di somministrare a' giovani Guardiamarina, dopo che avranno appreso il Trattato della Sfera quelle tante conoscenze astronomiche, che menan dritto all'esercizio più sicuro della loro difficile arte, al che fare il presente libro, nella scarsezza in cui si è di simili istituzioni speciali, ci è sem-

brato assai adatto. E noi stimiamo anche al nostro proposito , di recar quì quanto intorno al medesimo ne dice il Signor Biot nel Preliminare alla sua *Astronomia Fisica* , alla quale va di seguito il presente Trattatino, che or diamo tradotto. » Vi è una » branca dell'*Astronomia* (ecco quel » ch' ei dice) che non è stata mai » trattata ne' libri elementari in modo conveniente , per la ragione » che essa , esposta in maniera che » sia utile , esige molta esattezza , » molta semplicità , ed un' estrema » abitudine di pratica , che poche » persone hanno avuta occasione di » acquistare : intendo parlare dell' » *Astronomia Nautica*. Questa parte » mancava affatto nella prima edizione de' miei *Elementi di Astronomia* , come in quasi tutte le » opere dello stesso genere , ove è » assai superficialmente trattata , e

» tutt' al contrario lo è in modo
 » troppo scientifico per *marini*. Ed
 » io sono stato troppo fortunato per-
 » chè una delle persone ch' era la
 » più in istato di scrivere su questa
 » materia, e di farvi autorità, abbia
 » voluto associarsi a me per questa
 » parte. Una tal persona è il Signor
 » *Rossel* antico Capitano di vascello,
 » redattore e cooperatore del viag-
 » gio di Entrecasteaux. Le osserva-
 » zioni fatte in questo viaggio dal
 » Signor *Rossel*, e dagli ufiziali che
 » lo accompagnarono sono state ge-
 » neralmente riguardate come le più
 » esatte, che siensi fatte in una spe-
 » dizione marittima della nostra na-
 » zione; e la maniera come M. Ros-
 » sel le ha esaminate, è stata ragio-
 » nevolmente accolta come un eccel-
 » lente Trattato di Astronomia Nau-
 » tica. Il presente è compendiato da
 » quello, e contiene tutt' i metodi

» de' quali si ha bisogno in mare ;
» e ciò , che non è meno prezioso ,
» trovanvisi essi esposti nella forma
» più comoda e semplice per im-
» piegarli nelle applicazioni. I *ma-*
» *rini* osserveranno senza dubbio le
» ingegnose Tavole calcolate dal Si-
» gnor *de Rossel* per agevolar l'uso
» del metodo di Dows che dà la
» latitudine per mezzo di due altez-
» za fuori del meridiano. Per mez-
» zo delle Tavole delle quali parlo ,
» questo metodo , che può spesso
» riescire utilissimo , diverrà sì facile,
» e comodo , che senza alcun dub-
» bio , l' uso di esso si renderà subito
» familiare a tutti i *marini*.

PRINCIPJ
DI
ASTRONOMIA NAUTICA

CAPITOLO PRIMO.

*Nozioni Preliminari, e mezzi di ritrovare
i dati de' Calcoli nella Conoscenza de'
Tempi.*



1. **L'** Astronomia insegna a calcolare il moto de' corpi celesti, ed a predire la posizione che in tutti gl'istanti devono essi avere nel cielo. L'Astronomia Nautica è uno de' rami più utili di questa vasta scienza; il suo oggetto è quello di dare a' navigatori i mezzi di conoscere la posizione che il loro zenit deve avere nel cielo relativamente agli astri che gli astronomi han determinati di posizione; essa prescrive regole semplici, e facili coll' ajuto delle quali si può rilevare la loro posizione sul globo, o la di loro latitudine, e longitudine.

2. La latitudine d' un luogo è l' arco del Meridia-

no terrestre compreso fra questo luogo, e l'equatore; vale a dire, è la misura in gradi della sua distanza dall'equatore. Prende la denominazione di *Latitudine Nord*, se il luogo è situato nell'emisfero Nord, e di *Latitudine Sud*, se è situato nell'emisfero Sud.

3. La *longitudine* è l'arco dell'equatore compreso tra il meridiano d'un luogo qualunque, ed il meridiano d'un altro luogo che chiamasi *primo meridiano*.

Si conta ordinariamente la *longitudine* dall'Est verso l'Ouest sopra di una delle due metà dell'equatore da 0° sino a 180° . La *Longitudine* di tutt'i Meridiani che sono all'Est del primo meridiano, si chiama *Longitudine orientale*; e quella de' Meridiani che sono all'Ouest prende il nome di *Longitudine occidentale*.

Sulla terra non v'è alcun cerchio la di cui posizione sia fissa come quella dell'equatore, e d'onde si possano cominciare a contare le *longitudini*; si può dunque prendere per primo Meridiano quello d'un luogo qualunque ad arbitrio. Le diverse nazioni dell'Europa hanno adottato per primo meridiano quello del luogo principale dove si osservano i movimenti de' corpi celesti, ed a cui ciascuna di esse usa di rapportare le di loro posizioni; e generalmente quello pel quale si calcolano le *Efemeridi*. I Francesi contano le *longitudini* dal meridiano di Parigi, e gl'Inglesi dal Meridiano dell'osservatorio di Greenwich. Non v'è adunque *longitudine assoluta* propriamente detta; noi possiamo solo conoscere le differenze in *longitudine*, le quali sono eguali, come si è detto, all'arco dell'equatore compreso fra i meridiani de' due luoghi di cui si paragona la situazione, ovvero all'angolo sferico formato da' Meridiani di questi due luoghi.

4. Gli astronomi calcolano ordinariamente la posizione degli astri in rapporto all' ecclittica; ma le osservazioni non possono darla diretta, se non relativamente all' equatore: bisogna egualmente, allorchè si fa il calcolo delle osservazioni, impiegare gli elementi che servono a determinare la posizione degli astri rapportandoli all' equatore; e nell' astronomia nautica si fa uso soltanto delle loro declinazioni, e delle loro ascensioni rette.

5. La *declinazione* è la distanza d' un astro dall' equatore misurata sul cerchio massimo perpendicolare all' equatore, e che chiamasi *cerchio di declinazione*. Si può riguardare come una latitudine celeste, e potrebbe prenderne il nome. La declinazione è Nord se l' astro è nell' emisfero Nord, ed è Sud, se l' astro trovasi nell' emisfero Sud.

I cerchi di declinazione essendo perpendicolari all' equatore, devono passare pe' Poli di questo cerchio, ed avere, nel cielo, delle posizioni analoghe, e corrispondenti a quelle che i meridiani hanno pel nostro globo. In tal modo, quando un astro passa pel meridiano d' un luogo qualunque, il suo cerchio di declinazione è immediatamente al di sopra del meridiano di questo stesso luogo, e ritrovasi nello stesso piano con questo. Se in questa istante si misura l' arco del cerchio di declinazione, o del meridiano compreso tra l' astro, ed il zenit dell' osservatore, o pure se si osserva l' altezza dell' astro, ch' è il complemento della distanza al Zenit, si potrà ottenere la latitudine. Infatti la declinazione dell' astro, oppure la sua distanza dall' equatore essendo data nella conoscenza de' tempi, è chiato che la distanza dell' osservatore dallo stesso cerchio, o la sua latitudine sarà eguale a questa declinazione, più, o meno la distanza dell' astro al zenit, di questo stesso os-

servatore. Si può ancora adoperare l'altezza, che si ottiene direttamente coll'osservazione in vece della distanza al zenit, il calcolo sarà alquanto differente, come si vedrà in appresso, ma il risultato sarà lo stesso.

6. L'*ascensione retta* è l'arco dell'equatore celeste compreso fra l'cerchio di declinazione d'un astro qualunque, ed il punto dell'ecclittica dove il sole comincia la sua rivoluzione, e taglia l'equatore: questo punto si chiama l'*equinozio di Primavera*. L'ascensione retta può dunque considerarsi come una longitudine celeste, con questa differenza che si trova nel cielo un punto dato dalla natura d'onde può cominciarsi a contarla, invece che sul globo bisogna prendere arbitrariamente il primo meridiano dal quale si contano le longitudini terrestri. Ma l'analogia è esatta fra le differenze in longitudine, e le differenze in ascensione retta; poichè queste ultime sono eguali all'arco dell'equatore compreso fra due cerchi di declinazione, o meridiani celesti, oppure all'angolo formato da questi due cerchi. La differenza in longitudine tra due luoghi situati ad arbitrio sulla superficie del globo è eguale alla differenza delle ascensioni rette de' due cerchi di declinazione che corrispondono ai meridiani di questi stessi luoghi, e che sono in conseguenza negli stessi piani di questi due meridiani.

7. Quest'ultima considerazione somministra un nuovo mezzo di misurare le longitudini terrestri; il qual si ricava dal movimento della terra intorno al suo asse, ossia dal movimento diurno. Si conosce che la durata d'un giorno, o 24 ore, è il tempo che la terra impiega a fare una delle sue rivoluzioni relativamente al sole, il quale è uguale al tempo che impiega il sole pel suo passaggio ad un meridiano, ed il suo ritorno a questo

stesso meridiano : 24 ore corrispondono dunque a 360° di longitudine , o d'ascensione retta. Si supponga ora che il sole sia nel primo meridiano , tutt' i luoghi situati in questo meridiano conteranno il mezzo giorno nello stesso tempo , ma gli altri luoghi che si trovano sulla metà dello stesso cerchio massimo diametralmente opposta a quella che forma il primo meridiano , cioè i luoghi che sono nell' altro meridiano distante dal primo di 180° , conteranno nello stesso tempo mezza notte , o 12 ore di meno : 180° di longitudine corrispondono dunque a 12. ore.

Il cerchio massimo che passa pe' poli , ed è perpendicolare al primo meridiano forma due meridiani ; di cui l' uno trovasi a 90° . dall' Ouest del primo , e l' altro a 90° dall' Est. Tutt' i luoghi situati su di quello che è all' Ouest conteranno sei ore di meno di quelli che sono sul primo meridiano ; il giorno astronomico non sarà ancora cominciato per essi , e non saranno in effetti che alla 18.^{ma} ora del giorno precedente. I luoghi situati sul meridiano che trovasi a 90° dall' Est del primo conteranno sei ore di più , e saranno alla 6.^a ora del giorno ch' è cominciato per essi : 90° di longitudine corrispondono dunque a 6 ore.

Si può supporre i 90° , ossia il quarto dell' equatore divisi in sei parti , che saranno ciascuna di 15° , e se ne conchiuderà che 15° gradi corrispondono ad un' ora ; ed in conseguenza 1° corrisponde alla quindicesima parte d' un ora , o a 4' di tempo. E continuando la suddivisione si troverà che 15' di grado corrispondono ad 1' di tempo. Adunque la longitudine , o la differenza in longitudine può essere contata in tempo a ragione 15° . per un ora.

8. I luoghi situati in un meridiano distante per 90° all' Ovest dal primo meridiano , conteranno , co-

me si è detto, 6 ore di meno di quelli che si trovano sul primo meridiano; i luoghi che saranno a 75° . all'Ouest conteranno 5 ore di meno; e quelli che saranno a 15° non ne conteranno che una. In generale in tutt' i luoghi di cui la longitudine è occidentale si conta in meno che sul primo meridiano un numero di ore e di minuti eguale alla longitudine di quei luoghi ridotta in parti di tempo. E perciò quante volte si tratta di conoscere l'ora che devesi contar sotto un meridiano situato all'Ouest di quello del luogo dove uno si trova, bisogna sottrarre la differenza in longitudine di questi due meridiani ridotta in tempo, dall'ora che si conta nel luogo dove uno si trova.

9. I luoghi situati sotto il meridiano distante di 90° . all'Est del primo meridiano, conteranno 6 ore allorchè sarà il mezzodì sotto questo primo meridiano; essi conteranno dunque sei ore di più. Egualmente per avere l'ora che si conta sotto al meridiano distante di 90° . all'Est, bisogna aggiungere la longitudine ridotta in tempo all'ora del primo meridiano. In generale quando si vuol saper l'ora che devesi contare sotto al meridiano situato all'Est di quello nel quale uno si trova, bisogna aggiugnere le differenze in longitudini corrispondenti a ciascuno di essi coll'ora del luogo dove uno si trova.

10. Il problema delle longitudini consiste dunque nel ritrovare direttamente, col mezzo dell'osservazione, l'ora del luogo dove uno si trova, e l'ora che si conta sotto il primo meridiano, o sotto di ogni altro meridiano la di cui longitudine è nota. È agevole il procurarsi l'ora del luogo col mezzo delle altezze degli astri; si otterrà l'ora del primo meridiano colle osservazioni della distanza della Luna dal Sole, o dalle stelle. Si potrà benanche ritrovare l'ora del primo me-

idiano, o di qualunque altro meridiano col mezzo dell'Orologio marino; ma siccome queste macchine sono ordinariamente soggette a soffrire delle leggiere alterazioni ne' loro movimenti, non si può perciò contare su di queste che per un determinato tempo, abbisognando rettificarle il più spesso che sarà possibile. In generale potranno essere utili per dare le differenze in longitudine de' luoghi poco distanti tra loro, invece delle longitudini assolute.

Si darà in seguito il dettaglio delle diverse operazioni da farsi per calcolare la latitudine, l'ora del luogo dell'osservazione, come anche la sua longitudine: si parlerà ancora de' mezzi di determinare gli azimut, che servono per far conoscere la declinazione dell'ago calamitato. Le altezze degli astri e le loro distanze sono i soli dati che l'osservazione può somministrare direttamente con precisione, ma non sono sufficienti pel calcolo delle quantità che si cercano: si devono impiegare in oltre le declinazioni, o le ascensioni rette, che servono a fissare la posizione degli astri nel cielo, come anche molti altri elementi che si trovano nella Conoscenza de' tempi. Bisogna dunque primieramente occuparsi dei mezzi di calcolarli. Queste diverse quantità sono soggette ad istantanei cambiamenti, e sono prevedute soltanto per l'ora che si conta sul primo meridiano, o all'osservatorio di Parigi; è dunque interessante di calcolare quest'ora. Devesi osservare, prima d'intraprendere i calcoli, che la longitudine del luogo delle osservazioni deve suporsi conosciuta. Le declinazioni e le ascensioni rette, come anche gli altri elementi che si prendono nella Conoscenza de' tempi parteciperanno, a dire il vero, dell'errore della longitudine, ch'è stata adoprata per calcolare l'ora di Parigi; ma quello de' risultamenti sarà sempre così piccolo, che

potrà considerarsi come nullo. Dovranno seguirsi le regole date ne' n. 8 e 9 per calcolare l'ora di Parigi; si daranno de' mezzi facili per ridurre in gradi la longitudine, o le parti dell' equatore, quando si conoscono in tempo. Quest' ultima operazione è così utile come la precedente ed è spesso posta in uso.

Mezzo di ridurre i gradi in tempo.

11. Allorchè il numero de' gradi è al disopra di 100°. bisogna servirsi delle Tavole che sono nella conoscenza de' tempi.

Si dimanda di ridurre in tempo.... 133°. 17'. 30''

Si prenda successivamente.

Per 135°. 8. or 52'. 0''

Per 0°. 17'. 0. 1'. 8''

Per 0°. 0°. 30''. 0. 0. 2''

Somma . . 8. or 53'. 10''

La somma è la riduzione richiesta.

12. Se il numero de' gradi è al disotto di 100°. è più utile di servirsi della seguente regola

Si moltiplichino i secondi, i minuti, ed i gradi per 4, e si contino i secondi del prodotto per terzi i minuti per secondi, ed i gradi per minuti.

Si domanda di ridurre in tempo... 43°. 17'. 33''

Si faccia la moltiplicazione per 4

Prodotto 2or. 53'. 10''. 12'''

Si dividano i terzi per 6, e si avrà una frazion decimale di secondi, che in questo caso è 0'', 2; la riduzione sarà 2. or 53'. 10'', 2.

Mezzo di ridurre il tempo in gradi.

13. Questa riduzione si fa col soccorso delle Tavole che sono nella conoscenza de' tempi.

Si tratta di ridurre in gradi. . . . 5.^{or} 53'. 33''

Riducasi successivamente

Per 5. ^{or}	75°.	0'.	0''
Per 0. ^{or} 5'	13.	15.	0
Per 0. ^{or} 0'. 3''	0.	0.	45

Somma . . 88.^o 15'. 45''

La Somma è la riduzione richiesta.

Quando il numero proposto contiene delle parti decime di secondi, moltiplicati questi decimali per 6, il prodotto sarà in terzi, per mezzo de' quali si cercheranno le parti di grado corrispondente.

Se bisogna ridurre in gradi 3.^{or} 21'. 11'', 7

Si prenda per 3.^{or} 45°.

Si vuol ridurre in gradi 59'. 44''

Il quarto è 14°. 56'

Se il numero proposto contiene delle parti decime di secondi, si convertano in terzi, e moltiplicandoli per 6, si conterà il quarto de' terzi per secondi.

Sieno da ridurre in gradi. . 45'. 35'', 4

Si scriva 45'. 35''.24'''

Di cui il quarto è. 11°. 23' .51''

Metodi per calcolare i dati che si trovano nella conoscenza de' tempi per un istante proposto.

15. Allorchè le quantità che si cercano nella conoscenza de' tempi devono cambiare lentamente, si trovano calcolate da 24 in 24 ore; quelle di cui i cambiamenti sono più rapidi sono state calcolate da 12 in 12 ore: si trova la declinazione della Luna calcolata da 6 in 6 ore. Sarebbe superfluo il dare un esempio particolare per ogni elemento che bisogna procurarsi, poichè tutte le operazioni da farsi sono le stesse, e sono comprese nelle regole seguenti. Saranno riuniti in molti esempj le principali difficoltà che possono occorrere nella pratica.

16. A tenore de' metodi insegnati negli art. 8, e 9 si calcoli l'ora di Parigi corrispondente all'istante proposto, o a quello dell'osservazione: in seguito si prenda nella conoscenza de' Tempi la declinazione, e l'ascensione retta, o qualunque altro elemento corrispondente all'epoca la più prossima che precede questo istante; si prenda egualmente lo stesso elemento corrispondente all'epoca la più prossima che lo segue.

La differenza di queste due quantità sarà il cambiamento che la declinazione, l'ascensione retta, o l'elemento che si cerca ha sofferto nell'intervallo delle due epoche per le quali queste quantità sono state calcolate. Si tolga l'ora della prima epoca dall'ora di Parigi, e si avrà un secondo intervallo; si cerchi in seguito per mezzo delle parti proporzionali il cambiamento che gli corrisponde. Se le quantità della conoscenza de' tempi vanno in aumento, si aggiunga il cambiamento calcolato alla quantità corrispondente alla prima epoca; se diminuiscono si tolga il cambiamento calcolato dalla quantità corrispondente alla prima epoca.

E S E M P I O I.

Il giorno 15 marzo 1810, essendo a $51^{\circ} 13'$ di Longitudine Orientale, si dimanda la declinazione del Sole nel momento del suo passaggio pel Meridiano, o a Mezzogiorno.

Colle regole dell'art. 12. Si riduca la Longitudine in tempo, e si avrà 3.^{or} 24'. 52'', le trascurando i secondi 3.^{or} 25'. Il Meridiano di Parigi è all'Ouest di quello dell'osservatore, e non è ancora mezzodì a Parigi; si tolga dunque 3.^{or} 25', ossia la differenza in Longitudine dall'ora di Parigi, che è 0 ore, oppure 24 ore.

Il residuo 20.^{or} 35' è l'ora per mezzo della quale si deve calcolare la declinazione del Sole. Ma il 15 marzo non è ancora cominciato a Parigi; bisogna dunque fare il calcolo pel 14 a 20.^{or} 35'. L'epoca precedente la più prossima è quella del 14 a mezzodì, e l'epoca seguente è il 15 alla stess'ora.

Il 14 Marzo a mezzogiorno . . . $2^{\circ}. 40'. 10''$ S.

Il 15 Marzo a mezzogiorno . . . $2^{\circ}. 16'. 32''$ S.

Cambiamento in 24 ore, differenza .

$23'. 38''$

$24^{\text{or}} | 23' 38''$

Per 12^{or}

$11'. 49''$

$12^{\text{or}} | 11'. 49''$

Per 6^{or}

$5. 54, 5$

$6^{\text{or}} | 5. 54, 5$

Per 1^{or}

$0. 59, 0$

$3^{\text{or}} | 2. 57, 2$

Per 1^{or}

$0. 59, 0$

$1^{\text{or}} | 0. 59, 0$

Per $0. 35'$

$0. 34, 4$

Per $20^{\text{or}} 35'$ Som. $20'. 15'', 9$

Si faccia, nel seguente modo, una piccola tavola simile a quella che si trova qui sopra a sinistra: e si dica, la metà di 24^{or} è 12^{or} ; la metà del cambiamento in 24^{or} è $11'. 49''$ che corrispondono a 12 ore. La metà di 12 è 6, e quella di $11'. 49''$, o pure $5'. 54'', 5$ è il cambiamento in 6 ore. Si otterrà collo stesso metodo il cambiamento in 3^{or} ch'è $2'. 57'', 2$. Il cambiamento per un ora sarà il terzo di questo numero. Si possono vedere allato della tavola di cui si è parlato le quantità che bisogna sommare per avere il cambiamento in declinazione che corrisponde a $20^{\text{or}} 35'$: esso è di $20'. 16''$, i quali devono essere tolti dalla declinazione corrispondente alla prima epoca, o da $2^{\circ}. 40'. 10''$, poichè la declinazione del Sole va diminuendo, e si avrà la declinazione richiesta.

Il 14 Marzo a mezzogiorno. $2^{\circ}. 40' 10''$ S.

Cambiamento in $20^{\text{or}} 35'$. $20' 16''$

Declinaz. il 14 Marzo a $20^{\text{or}} 35'$... Differ. $2^{\circ}. 19' 54''$ S.

Se le declinazioni prese nella conoscenza de' tempi non sono della stessa denominazione, cioè se l'una è Sud, e l'altra è Nord, ciò dimostrerà che il Sole è

passato sull'equatore fra le due epoche alle quali queste declinazioni corrispondono. Il cambiamento in declinazione durante 24^{or}. invece d'essere eguale alla differenza delle due declinazioni prese nella conoscenza de' tempi sarà eguale alla loro somma.

L'esempio seguente insegnerà il modo di operare in simili casi.

E S E M P I O II.

Il 21 marzo 1810 a 7.^{or} 12' della mattina, tempo civile, o il 20 marzo a 19.^{or} 12' tempo astronomico, essendo a 41°. 22' di longitudine occidentale, si vuol calcolare la declinazione del Sole.

La longitudine ridotta in tempo è 2.^{or} 45', trascurando i secondi. Il Meridiano di Parigi è all'Est del Meridiano del luogo dell'osservazione, ed è a Parigi più di 19.^{or} 12'; si aggiunga a quest'ora la differenza de' Meridiani, e si avrà 21.^{or} 57' per l'ora di Parigi.

Declinaz. del Sole il 20 Marzo a mezzodì . 0.° 18' 8" S.

Declinaz. del Sole il 21 Marzo a mezzodì . 0.° 5. 33" N.

Cambiamento in 24 ore. . . Somma. 23'. 41"

24. ^{or}	23'. 41"	Per 12. ^{or}	11'. 50''. 5
12. ^{or}	11'. 50''. 5	6	5. 55''. 2
6. ^{or}	5'. 55''. 2	3	2. 57. 6
3. ^{or}	2'. 57''. 6	0. 57	0. 56. 2
1. ^{or}	0'. 59''. 2	Per 21. ^{or} 57'' .	Som. 21'. 39''. 5

Dal 20 marzo a mezzogiorno sino al 21 alla stessa ora la declinazione ha diminuito progressivamente, ed in fine è stata nulla; ha in seguito cambiato di denominazione, ed ha aumentato sino a divenire eguale a

0°. 5'. 33'' N, che è quella della 2^a epoca. E poichè il cambiamento che ha avuto luogo nella declinazione fra'l 29 marzo a mezzodì, e l'istante richiesto è più grande della declinazione del 20 marzo; è ciò una prova che in questo istante il Sole aveva già traversato l'Equatore, e che la declinazione aveva cambiato la sua denominazione. In questo caso, si tolga la declinazione della prima epoca, ch'è il 20 marzo, dal cambiamento in declinazione calcolato, il residuo sarà la declinazione richiesta, la quale avrà una denominazione differente dalla declinazione della prima epoca.

Declinazione il 20 marzo a mezzodì 0°. 18' 8'' S.

Cambiamento in declinaz. per 21^{or}. 57'. o. 21, 39.

Declin. del Sole il 20 marzo a 21^{or}. 57'. o. 3' 31'' N.

Se il cambiamento calcolato nella declinazione fosse stato trovato più piccolo della declinazione nella prima epoca, il Sole non avrebbe ancora potuto essere nell'emisfero Nord, allora il cambiamento nella declinazione doveva sottrarsi dalla declinazione della prima epoca, ed il residuo avrebbe dato la declinazione richiesta, che avrebbe conservato la stessa denominazione di quella della prima epoca.

E S E M P I O III.

Il 10 Aprile 1810, essendo a 161°. 31' di longitudine orientale, si domanda qual'è la declinazione della Luna ad 8.^{or} 15': della sera, tempo civile, o sia 8.^{or}. 15' tempo astronomico. L'ora del luogo è 8.^{or}. 15', o aggiungendovi 24.^{or}, è 32.^{or}. 15': si tolga 10.^{or} 46', ch'è la longitudine ridotta in tempo, e l'ora di Parigi sarà 21.^{or} 29'; ma siccome si è dovuto aggiungere 24.^{or} all'ora proposta, il 10 Aprile non era ancora cominciato

a Parigi, e l'epoca cercata è il 9 Aprile a 21.^{or} 29'.
 Declin. della *L.* il 9 Aprile a 18.^{or} . . . 18°. 19' N.
 Declin. della *L.* il 10 Aprile a mezzodi . 18°. 12'

Cambiamento in 6 ore — Differ. . 7'

6. ^{or}	7'	per 3	18. ^{or}	0°. 3, 5
3.	3, 5	0 29		0°. 0, 6
1.	1, 2	per 21. ^{or} 29'		0°. 4, 1

Declinazione della *L* il 9 aprile a 18.^{or} 18°. 19' N.

La declinazione diminuisce, si tolga 0°. 14'

Declinazione il 9 aprile a 21.^{or} 29. 18°. 15' N.

E S E M P I O IV.

Il 13 marzo a 4.^{or} 30' della sera, essendo a 91°. 49' di Longitudine occidentale, si domanda qual'era l'ascensione retta della Luna.

La longitudine ridotta in tempo è 6.^{or} 7'; bisogna aggiungerla all'ora del luogo, e si troverà che l'epoca proposta è relativamente al Meridiano di Parigi il 13, marzo a 10.^{or} 37'

Ascensione retta della Luna il 13 a mezzogiorno 86°. 12'

Ascensione retta della Luna il 13 a mezzanotte 94. 27

Cambiamento in dodici ore, differenza		8° 15'
12. ^{or}	8°. 15	per 6. ^{or}
6. ^{or}	40. 7', 5	4.° 7', 5
3. ^{or}	2 3, 7	2. 3, 7
1. ^{or}	0. 41 2	0. 41, 2
		0. 25, 4
		per 10. ^{or} 37'
		7.° 17', 8

Ascensione retta della L (*), il 13 a mezzodì	86.° 12'
L' Ascensione retta aumenta; <i>si aggiunga</i>	7 , 18
Ascensione retta richiesta	93°. 30'

La declinazione della Luna, e la sua ascensione retta sono date in gradi e minuti nella conoscenza de' tempi. Devesi tener conto delle parti decime di minuti calcolandone le parti proporzionali, e s'impiegherà la somma libera da frazioni decimali. Al disotto di 0'', 5 si trascureranno interamente le parti decime, al di sopra come nell' ultimo caso, si scriverà un minuto di più.

Gli esempj precedenti sono sufficienti per far conoscere la maniera di calcolare le quantità che servono a determinare la situazione nel cielo del Sole, della Luna, e de' Pianeti. Si calcoleranno con metodi assolutamente analoghi gli altri elementi de' calcoli che subiscono delle alterazioni, come il tempo medio a mezzogiorno vero, i semidiametri del Sole, e della Luna, e la parallasse della Luna.

Si calcolerà ancora collo stesso metodo l'ora del passaggio della Luna al meridiano per qualunque altro meridiano differente da quello di Parigi.

17. Si può supporre, ne' calcoli dell' Astronomia nautica, che le stelle non hanno alcun movimento apparente, e che esse conservano le une relativamente alle altre sempre la medesima posizione; cioè che le loro

(*) Per non introdurre simboli, noi ci serviremo qui per indicare la Luna, il Sole, o un' *Astro* qualunque, delle lettere iniziali di queste voci scritte in majuscole corsive, cioè nel seguente modo L per Luna, S per Sole, A per un Astro. *Trad.*

rispettive distanze rimangono le stesse. Sarà dunque inutile di tener conto de' piccoli cambiamenti periodici conosciuti sotto i nomi di nutazione, e d'aberrazione, i quali sono d'un piccolissimo numero di minuti secondi. Ma devesi aver riguardo alle variazioni annuali delle stelle in ascensione retta, ed in declinazione. Questi ultimi cambiamenti non derivano da un movimento che gli è proprio, ma da un'altra causa, come si dirà qui appresso. Ricordandosi quel che si è detto all'art. 6, che l'ascensione retta è l'arco dell'Equatore compreso fra l'cerchio di declinazione d'un astro qualunque, ed il punto dell'Eclittica dove il Sole comincia la sua rivoluzione, e taglia l'equatore. Questo punto che si chiama equinozio di primavera ha un moto retrogrado, e lentissimo in virtù del quale è trasportato dall'Est all'Ouest, cioè in un senso contrario a quello nel quale si contano le ascensioni rette: queste ultime dunque devono aumentare d'una certa quantità, in conseguenza la variazione annuale è sempre da aggiungersi. Il movimento dell'equinozio sembra farsi sull'eclittica; ma realmente deriva dal movimento dell'asse della terra, e da che il piano dell'equatore, in seguito dello stesso movimento conserva quasi lo stesso grado d'inclinazione riguardo al piano dell'eclittica, ed è soggetto riguardo alle stelle fisse ad un leggiero cambiamento che succede sempre nello stesso senso: il piano dell'equatore deve dunque tendere ad avvicinarsi ad alcune stelle, mentre da altre si allontana. Per tal causa la declinazione d'una parte delle stelle deve aumentare, e la loro variazione annuale è sempre da aggiungersi: la variazione annuale in declinazione, delle stelle che si trovano avvicinate al piano dell'equatore deve sottrarsi. Ne' cataloghi delle stelle si danno le loro ascensioni rette, e le loro declinazioni per un'ope-

ca ordinariamente poco distante da quella nella quale si pubblicano: le variazioni annuali si trovano nella colonna che segue immediatamente, ch'è quella che contiene queste quantità.

Le variazioni annuali sono sempre da sommarsi come si è detto per l'epoche posteriori a quelle del catalogo, e da sottrarsi per l'epoche anteriori; le prime di queste quantità sono affette dal segno $+$, e le seconde dal segno $-$. Tutte le volte che si calcola la declinazione d'una stella per un'epoca anteriore a quella del catalogo dal quale si rileva, bisogna servirsi della variazione annuale col segno contrario.

18. Se si vuol calcolare l'ascensione retta d'una stella per un'epoca posteriore a quella del catalogo della conoscenza de' tempi, si moltiplichi la variazione annuale in ascensione retta pel numero degli anni scorsi dall'epoca per la quale il catalogo è stato calcolato.

Si prendano in seguito le parti proporzionali pe' mesi, ed i giorni nel seguente modo. Si riducano i giorni in parti decimali del mese, dividendoli per tre, e si moltiplichi il dodicesimo della variazione annuale pel numero de' mesi, e delle parti decimali così trovate. La somma di quel prodotto e del cambiamento in ascensione retta per gli anni, è ciò che devesi aggiugnere all'ascensione retta del catalogo, per aver l'ascensione retta che corrisponde all'epoca proposta.

Bisogna calcolare nel medesimo modo la declinazione, con questa differenza che la somma de' movimenti per gli anni e pe' mesi debba aggiugnersi alla declinazione del catalogo, se questa declinazione sia preceduta dal segno $+$, e deb-

La sottrasi se la declinazione è preceduta dal segno. —

E S E M P I O

Si domanda l'ascensione retta, e la declinazione di *Antares*, pel 16 Aprile 1808.

Ascensione retta il 1°. Gennajo 1805 $244^{\circ} 22' . 6''$
 Declinazione il 1°. Gennajo 1805 $25 . 59 . 0, S$
 Variazione annuale in ascensione retta $54'', 6$
 Dal 1°. Gennajo 1805 al 1°. Gennajo 1808. . 3 anni
 Prodotto. Parti proporzionali per gli anni. 2. $43'', 8$
 Variazione annuale . $54'', 6$

Dodicesimo	$4'', 5$
Il 16 Aprile	$3, 5$
	$13'', 5$
	$2, 3$

Parti proporzionali		
per mesi	$15'', 8$	$15'', 8$

	Somma $3', 0''$
Ascensione retta del catalogo	$244^{\circ} 22' . 6''$

Ascensione retta richiesta	$244^{\circ} 25' . 6''$
Variazione annua in declinazione	$+ 8'', 8$
Dal 1°. Gennajo 1805 al 1°. Gennajo 1808. 3 anni	3

Prodotto. Parti proporzionali per gli anni $+ 26'', 4$

(bis) Prodotto. Parti proporz. per gli anni	+ 26'', 4	
Variazione annuale	+ 8'', 8	
Dodicesimo	+ 0'', 7	
Il 16 Aprile	3 , 5	
	2'', 1	
	0 , 4	
Parti proporzionali		
pe' mesi	2'', 5	+ 2'', 5
	Somma	+ 28'', 9
Declinazione del Catalogo		25°.59'. 0 S
Declinazione domandata		25°.59'.29'' S.



CAPITOLO II.

Delle correzioni che devono farsi per tutte le altezze osservate del Sole, della Luna, e delle Stelle.

19. Le altezze osservate devono subire molte correzioni prima di poterle adoperare nel calcolo. Bisogna primieramente correggerle dell'abbassamento dell'Orizzonte, ed aggiungervi o sottrarne il semidiametro, secondochè l'altezza è stata misurata dal lembo inferiore, o superiore del Sole e della Luna; e correggerle in seguito degli effetti prodotti dalla refrazione, e dalla parallasse.

Le altezze del Sole, e della Luna devono quasi sempre soffrire tutte le stesse correzioni. Le stelle non avendo nè diametro nè parallasse, bisogna correggere le loro altezze solo dell'abbassamento dell'orizzonte, e dell'effetto della rifrazione. Per migliore intelligenza, si darà qui appresso il dettaglio delle principali cause che rendono queste correzioni necessarie, ed il metodo di procurarle.

Dell' abbassamento dell' Orizzonte.

20. È già noto, che le altezze osservate in mare sono eguali all' arco del verticale compreso fra l'astro, e l'orizzonte visuale. Queste saranno esattamente le stesse altezze vere (facendo astrazione dalle altre quantità di cui si è parlato) se i raggi visuali che vanno a finire al cerchio che limita la parte visibile della superficie del mare, si trovassero in un piano orizzontale; in tal caso non avrà luogo per esse alcuna correzione. Ma questi raggi visuali sono inclinati al di sotto del piano orizzontale, e formano con questo piano un angolo che si chiama abbassamento dell' Orizzonte, il di cui valore aumenta a misura che l'occhio dell' osservatore è più elevato sulla superficie del mare. Tutte le altezze osservate sono dunque troppo grandi, e fa d' uopo toglierne l' abbassamento dell' Orizzonte. Si troveranno nella Tavola I. gli abbassamenti dell' Orizzonte che si rapportano ai diversi gradi d' altezza da 0 metri e 5 decimetri, ossia 1 piede 6 pollici e 5 decimi, sino a 42 metri, ossia 129 piedi 3 pollici 5 decimi. L' elevazione dell' occhio dell' osservatore al di sopra della superficie del mare vi è segnata in metri ed in piedi, e vi si trova a lato il corrispondente abbassamento dell' orizzonte. Quando l' altezza dell' occhio si trova fra due numeri consecutivi delle prime colonne, si calcherà l' abbassamento dell' orizzonte nel seguente modo.

E S E M P I O

Si domanda l'abbassamento dell'orizzonte allorchè l'occhio dell'osservatore è elevato di 4^m. 34 al disopra della superficie del mare.

Abbassamento per 4 ^m .	3' . 33''
Abbassamento per 4 ^m . 5	3' . 46''
Differenza	13''
Abbassamento per 4 ^m .	3' . 33''
Parti proporzionali per om.,	34. 9
<i>Depressione per 4^m. 34.</i>	<i>3' . 42''</i>

21. I raggi visuali che vanno a finire all'orizzonte del mare sono delle tangenti condotte dall'occhio dell'osservatore alla superficie della terra; ed è chiaro che queste tangenti la toccheranno sempre più distante; a misura che l'occhio dell'osservatore sarà più elevato; l'orizzonte visuale sarà dunque tanto più distante dall'osservatore, per quanto quest'ultimo sarà situato ad un'altezza maggiore.

Se l'osservazione avesse luogo sulla parte più elevata del bastingaggio d'un Vascello di linea, la sua distanza potrà essere di 5 a 6 miglia, o di una lega e $\frac{1}{2}$ a 2 leghe. Così navigando vicino alla terra può accadere che la costa sia più vicina al vascello che non dovrebbe esserlo il cerchio che termina l'orizzonte: ed è ciò che i marinai intendono per l'espressione di orizzonte circoscritto dalla terra.

Allora, i raggi visuali che vanno a finire alla costa sono più inclinati al disotto del piano orizzontale di quelli per quali si scorgerebbe l'orizzonte, gli abbassamenti della Tavola I. in questo caso sono troppo pic-

coli, e non possono correggere che una parte degli errori delle altezze. Si sono scritte nella quarta colonna le distanze dell'orizzonte che corrispondono a' differenti gradi d'altezza. Quante volte la distanza alla quale si giudica che si può essere dalla costa è più grande, o eguale alla distanza della Tavola I. che corrisponde all'altezza dell'occhio, l'abbassamento che si trova nella stessa tavola potrà essere impiegato a correggere l'altezza. È essenziale di rimarcare che l'errore d'un miglio, che si può commettere nella stima della distanza della costa, non deve ordinariamente dar luogo ad un errore maggiore d'un quarto di minuto, e mai più d'un minuto.

Quando nell'abbassamento dell'orizzonte vi sarà un errore di simil fatta, l'altezza corretta sarà sempre troppo grande. Se la distanza stimata tra l'osservatore e la terra è minore di più d'un minuto della distanza presa nella Tavola, ciò dinoterà che l'orizzonte è circoscritto dalla Terra; allora l'abbassamento della Tavola I. non potrà servire a correggere l'altezza. Sarebbe utile d'assicurarsene prima dell'osservazione per potersi allontanare dalla costa, e tenerse ne ad una convenevole distanza. In generale quando l'elevazione non è maggiore di 8 metri, o 24 piedi $\frac{1}{2}$, non si potrà, sull'altezza, temere d'un errore più d'un minuto, avendo cura di stare distante da terra almeno per una lega, ossia tre miglia.

22. In molti libri di navigazione assai stimati si trovano de' metodi per determinare direttamente coll'osservazione l'inclinazione del raggio visuale che va sulla costa dalla quale l'orizzonte è limitato. Vi è prescritto d'osservare nello stesso istante l'altezza del sole in due luoghi situati esattamente nella stessa verticale, i di cui gradi d'elevazione fossero molto diffe-

renti. Ma i metodi che si danno per calcolare le correzioni sono lunghi, e penosi, e poi sono de' metodi d'approssimazione non molto prossimi alla precisione. Sarebbe per altro agevole il dare a questi ultimi l'esattezza la più rigorosa col mezzo d'una piccola tavola, l'uso della quale non aumenterebbe molto il calcolo; nondimeno si è stimato di doverla tralasciare, dappoicchè i metodi dati per correggere l'abbassamento dell'Orizzonte sono sufficienti, e molto più comodi nella pratica.

Quando si volessero avere le altezze con tutta la precisione di cui questo genere d'osservazione è suscettivo, sarà sempre meglio d'allontanarsi da terra, e mantenersi alla distanza indicata dalla Tavola prima.

23. Gli abbassamenti di questa tavola sono stati calcolati sulle dimensioni del globo terrestre, rilevate dalla nuova misura dell'arco di meridiano che ha servito a determinare la lunghezza del Metro. Per correggere gli effetti della rifrazione, che innalza ordinariamente gli oggetti, sono stati diminuiti di $\frac{1}{800}$, quantità, o coefficiente ritrovato dal Sig. Delambre in seguito d'un grandissimo numero d'osservazioni, e confermato in seguito da Signori Biot ed Arago nelle osservazioni fatte in Spagna per prolungare la meridiana.

24. Nella pratica della navigazione è inutile d'aver riguardo alle variazioni che subisce l'abbassamento dell'orizzonte a causa delle rifrazioni ordinarie; poichè sono queste quantità così piccole da potersi trascurare. Basterà di narrare alcuni fenomeni straordinarj che il Signor Biot ha comprovati colle più precise osservazioni, delle quali egli il primo ne ha dato i più soddisfacenti dettagli, sottoponendoli a' rigorosi calcoli Analitici. La brevità prescritta per questo Trattato non permette di seguirlo nelle

sue sagge ricerche, ma se n'estrarranno le più utili per la navigazione. I Marini non potranno fare a meno di gradire questi nuovi metodi per perfezionare la loro arte.

I grandi errori che le rifrazioni possono cagionare sull'abbassamento dell'orizzonte, sono per le differenze che devono quasi sempre esistere fra la temperatura dell'acqua del mare presa alla sua superficie, e quella dell'aria misurata a molti piedi al disopra della medesima. L'esperienza ha dimostrato che la regione dove esse rendono più sensibili sono dalla superficie dell'acqua sino a 27, o 30 piedi d'elevazione. Il raggio visuale che parte dall'occhio d'un osservatore situato sul ponte d'un Vascello, e che rapporta l'altezza degl'astri all'orizzonte attraversa dunque questa regione; ed è interessante di conoscere le circostanze nelle quali possono accadere i più grandi errori, per poterli evitare nelle osservazioni nelle quali potrebbero aver luogo. Questi errori sono anche soggetti a variare molto frequentemente a causa de' cambiamenti che un raggio del Sole può istantaneamente cagionare nella temperatura dell'aria, sia che quest'astro si liberi da una nuvola, o che vi si nasconda.

È probabile che non si potrà giammai giungere a conoscerne esattamente il valore, o almeno le attenzioni che bisognerebbe usare per ottenerli sarebbero molto minute, e non potrebbero essere di moltissimo uso nell'astronomia nautica: basterà dunque darne un valore approssimante, e di far conoscere in qual senso devono influire sulle altezze, e si procurerà di servirsi d'indicazioni facili a trovare, ed alla portata di tutti.

25. Le cause che fanno di molto variare la rifrazione dell'orizzonte visibile sono le stesse di quelle

che ne producono i fenomeni, che i marinij chiamano generalmente *effetti della rifrazione*, (*) così tutte le volte che uno de' fenomeni della rifrazione si manifesterà, l'abbassamento dell'orizzonte sarà molto incerto nel tempo della sua durata!

Il senso nel quale gli errori dell'abbassamento dell'orizzonte, e per conseguenza quelli delle altezze hanno luogo, dipende dalle circostanze nelle quali il mare è più caldo dell'aria, e da quelle nelle quali è più freddo.

1. Se il mare è più caldo dell'aria, l'altezza corretta dall'abbassamento preso nelle Tavole sarà troppo grande.

2. Se il mare è più freddo dell'aria, l'altezza corretta sarà troppo piccola.

3. Quando la temperatura del mare differisce di 4° , o 6° da quella dell'aria presa a 3, o 6 piedi al disopra della sua superficie, l'errore delle altezze può essere di 3' o 4'; una differenza di 2° a 3° di temperatura può cagionare degli errori di 1' a 2'.

4. L'acqua del mare si riscalda meno rapidamente dell'atmosfera colla presenza del Sole, quella dunque sarà più fredda dell'aria durante qualche tempo dopo del sorgere di quest'astro; allora le altezze corrette dell'abbassamento delle Tavole saranno troppo piccole, e continueranno ad essere tali (a dati eguali)

(*) In ragione della densità maggiore, o minore dell'atmosfera gli effetti della rifrazione fanno rilevare gli oggetti più o meno elevati sull'orizzonte, mentre in realtà sono al disotto di esso. Quest'apparenza da correggersi vien chiamata dagli astromi francesi *Mirage*; non essendovi in Italiano alcuna parola tecnica che l'equivalga, si è tradotto, *effetti della rifrazione*. Trad.

per quanto il calore del giorno aumenterà sensibilmente. Nella sera avrà luogo il contrario; le altezze corrette dell'abbassamento cominceranno ad essere troppo grandi, subito che il calore del giorno diminuisce, ed i loro errori aumenteranno sino al tramontare del Sole. Gli abbassamenti delle Tavole sono corretti dell'effetto della rifrazione ordinaria; così tutte le volte che le rifrazioni straordinarie abbasseranno l'orizzonte in vece d'elevarlo, gli errori delle altezze saranno più considerevoli, ed è perciò che la sera devono essere un poco di più della mattina.

Le rifrazioni straordinarie ed accidentali di cui si è parlato possono servire a spiegare come certe latitudini osservate in mare da' viaggiatori accurati ed esperti, differiscono tra esse qualche volta di più minuti, mentre ordinariamente le loro osservazioni sono d'accordo.

De' Semi-Diametri del Sole, e della Luna.

26. Si può ottenere subito, per mezzo dell'osservazione, l'altezza del lembo inferiore, o del lembo superiore del Sole, e della Luna; bisogna dunque, per avere quella del centro, aggiungervi, o toglierne il semidiametro dell'uno, o dell'altro di questi due astri. Queste quantità non sono le stesse in tutte l'epoche del mese, o dell'anno; ma sarà facile di calcolarle nella conoscenza de' tempi per un istante proposto.

27. Quante volte si è osservato il lembo inferiore del Sole, o della Luna, si aggiunga il semidiametro all'altezza; se l'osservazione ha avuto luogo sul lembo superiore si sottragga,

Allorchè si misura il supplemento dell'altezza del Sole, l'immagine di quest'astro viene ad immergersi, e vien situata sulla superficie del mare; in seguito si mette in contatto col' Orizzonte, il lembo che ne apparisce il più vicino, ma che nel fatto n'è più distante; bisogna dunque sottrarre il semidiametro dal supplemento dell'altezza osservata.

Si troveranno in appresso molti esempj di queste operazioni, che sono semplici al punto di potersi dispensare dal quì recarne.

28. Il semidiametro della Luna sembra che aumenti d'una piccola quantità a misura che quest'astro si eleva sull'orizzonte. Si troverà nella Tavola II., che ha per titolo: *Aumento del Semidiametro*, ciò che bisogna aggiugnere al semidiametro vero, o semidiametro orizzontale per ottener quello che conviene all'altezza osservata. Così quando si vuol calcolare l'altezza apparente del centro delle Luna, è necessario d'impiegare il semidiametro corretto dell'aumento di cui si è fatto parola, ossia il semidiametro apparente.

Della rifrazione Astronomica.

29. La rifrazione astronomica è la quantità di cui gli astri sembrano più elevati di quel che lo sono in realtà, dopo che i loro raggi luminosi hanno traversato l'atmosfera. Questa deve sempre sottrarsi dall'altezza osservata. La rifrazione più grande avviene quando gli astri sono nell'orizzonte, e diminuisce a misura che l'altezza aumenta; e quando l'astro giugne al Zenith la rifrazione è nulla.

30. La rifrazione non è sempre la stessa per le stesse altezze, e varia in ragione della maggiore, o

minore densità dell'atmosfera. In generale più l'atmosfera è densa, più aumentano le rifrazioni astronomiche, e sono tanto più piccole per quanto la densità dell'atmosfera diminuisce. Il freddo ha la proprietà di condensare l'aria, ed il caldo di rarefarla, la densità dell'aria aumenta dunque col freddo, e diminuisce col caldo. Ne segue che le variazioni dell'altezza del mercurio nel termometro possono servire a calcolare i cambiamenti corrispondenti che devono subire le rifrazioni astronomiche. L'atmosfera aumenta di densità anche in ragione del suo peso, o che essa sostiene nel barometro una colonna di mercurio più alta; e la minore elevazione di questa colonna indica una diminuzione nella densità dell'atmosfera. I cambiamenti delle rifrazioni celesti dipendono dunque ancora dalle variazioni dell'altezza del mercurio nel barometro. Le rifrazioni saranno tanto più grandi per quanto la colonna del mercurio sarà più elevata, e saranno tanto più piccole per quanto l'elevazione di essa sarà minore.

31. I numeri della terza colonna della tavola V intitolata: *Rifrazione delle Stelle*, sono le rifrazioni di tutt'i corpi celesti; ma per alcune ragioni che esporremo non devono servire che per correggere le altezze delle stelle. Queste rifrazioni sono ricavate dalle tavole pubblicate dal Burò delle Longitudini di Francia; e sono state ridotte a quelle che hanno luogo quando il termometro centigrado è 14° al disopra del Zero, e quando il mercurio è elevato di 0,760 nel Barometro.

I numeri della seconda colonna che ha per indicazione: *Rifrazione della parallasse del Sole*, sono quelli della terza da quali si è tolta la parallasse del Sole, che corrisponde all'altezza di questi stessi

numeri. Questi non devono servire che per correggere l'altezza del Sole. Per quello che riguarda le altezze della Luna, bisognerà servirsi, come qui appresso si vedrà, de' numeri della Tavola VII. che sono la parallasse della Luna meno la rifrazione. Allorchè il calcolo non esige una grandissima precisione si può far uso de' numeri della Tavola V. e di quelli della Tavola VIII. senza aver riguardo a' cambiamenti che le rifrazioni devono subire a causa delle variazioni che hanno luogo, sia nella temperatura, sia nel peso dell'atmosfera.

32. Ma quando s'agisce di correggere una distanza apparente della Luna dal Sole, o da una Stella, è necessario di adattare a' numeri delle Tavole V, ed VIII le correzioni che convengono all'altezza del mercurio nel termometro, e nel barometro: esso si trovano per mezzo delle Tavole VI, e VII, di cui se ne farà conoscere l'uso per mezzo d'un esempio.

ESEMPIO

L'altezza apparente del centro del Sole essendo di $7^{\circ}. 45'$, il termometro a $+ 28^{\circ}$, ed il barometro a $0m, 750$ si domanda quale è la rifrazione meno la parallasse.

Si trova nella seconda colonna della Tavola V. che a $7^{\circ}. 40'$ d'altezza la rifrazione meno la parallasse è $6'. 35''$.

La colonna coll'indicazione *Differenza*, ch'è comune alle rifrazioni delle Stelle, ed a quelle del Sole, fa vedere che la rifrazione diminuisce di $8''$ per un aumento di $10'$ nell'altezza; per $5'$ diminuirà dunque di $4''$, e si farà il calcolo nel seguente modo.

Al. app. $S\ 7^{\circ}. 40'$ rifrazione. . .	6'. 33"
Parti proporzionali per 5'	4
Al. app. $S\ 7^{\circ}. 45'$, rifrazione. . .	6'. 31"
Termometro $+ 28^{\circ}$. }	Tav. VI. si tolga — 21
Al. app. $S\ 7^{\circ}. 45'$. }	
Barometro 0,750. }	Tav. VIII. si tolga — 5
Al. app. $S\ 7^{\circ}. 45'$. }	
Rifrazione corretta.	6'. 5"

Della Parallasse.

33. La posizione di tutti gli astri è data dalla conoscenza de' tempi, relativamente ad un osservatore che fosse situato al centro della terra; questo punto è dunque quello al quale devono riferirsi tutte le linee che servono a misurare le distanze angolari. L'altezza d' un'astro qualunque osservata sulla superficie del globo, non può essere eguale a quella che sarebbe stata misurata pel centro, che nel caso soltanto in cui l'astro fosse lontanissimo, e che la distanza de' due luoghi d'osservazione, o il raggio terrestre, può essere riguardato come presso a poco nullo in paragone della distanza dall'astro. In fatti la linea che partendo dal punto della superficie della terra dove l'osservazione ha avuto luogo andasse a terminare a quest'astro, sarebbe allora parallela a quella che tirata dal centro della terra andasse ad incontrare l'astro medesimo, o almeno l'angolo che queste due linee farebbero tra loro sarebbe tanto piccolo da potersi trascurare. Ecco appunto ciò che accade quan-

do si osservano le stelle molto lontane dalla terra, le loro posizioni determinate da un osservatore situato sulla superficie del globo, sono le stesse di quelle, che potrebbero essere osservate dal centro stesso della terra: in conseguenza le stelle non hanno parallasse. Ma se si osservano le altezze della Luna, che degli astri è il più vicino, la linea tirata dal punto della superficie della terra, dove s'è fatta l'osservazione sino alla Luna farà un angolo con quella che si tirasse dal centro della terra a questo stesso astro, in tal caso l'altezza osservata sulla superficie non sarebbe più eguale a quella rilevata dal centro. La differenza di queste due altezze è ciò che chiamasi parallasse di altezza.

Bisogna osservare che la linea verticale è il prolungamento del raggio della terra considerata come sferica condotto al punto dove si fa l'osservazione; per conseguenza tutte le volte che la Luna sarà al Zenit, le due linee tirate sino a quest'astro, partendo dal punto dove si fa l'osservazione, e dal centro della terra, saranno confuse in una sola linea retta: allora la parallasse sarà nulla. Subitocchè la Luna comincia ad allontanarsi dalla verticale, la sua altezza diminuisce, e queste due linee formano tra esse un angolo, il quale aumenta a misura che l'altezza diminuisce. Finalmente quando la Luna è giunta sull'Orizzonte; la linea tirata dall'occhio dell'osservatore a quest'astro è perpendicolare al raggio della terra, che congiunge il centro ed il luogo dell'osservazione; e la parallasse deve avere il suo più gran valore: questo valore dipende dunque dall'altezza apparente. Poichè il luogo dell'osservazione, ed il centro della terra si trovano sempre nella verticale, è chiaro che l'osservatore è situato ad un'altezza superiore al centro stesso: l'altezza della Luna gli sembrerà dunque sempre troppo piccola: la

parallasse deve dunque ancora essere aggiunta a tutte le altezze.

La parallasse più grande ha luogo quando l'altezza è eguale a zero, e si chiama parallasse Orizzontale ed è quella che si trova nelle tavole Astronomiche, e nella Conoscenza de' tempi. Il suo valore varia molto rapidamente, aumenta sino a 60' e qualche minuto secondo; in seguito diminuisce, e diventa minore di 54'. Si trova calcolata da 12 in 12 ore nella Conoscenza de' tempi. Quella che conviene ad un istante proposto potrà essere trovata colle regole analoghe a quelle già date per ritrovare i diversi elementi relativi alla posizione degli astri.

34. Quando il Sole è superiore all'Orizzonte la sua parallasse d'altezza varia seguendo le stesse Leggi di quelle della Luna; ma la sua parallasse orizzontale è molto più piccola, e non è soggetta che a piccolissimi cambiamenti. Non oltrepassa mai 8'',95, nè è minore di 8'',65. Si è supposto ch'essa fosse costantemente di 8'',8, e se n'è tolto il valore che deve avere a differenti gradi d'altezza la rifrazione corrispondente alle altezze stesse; con questo mezzo si sono ottenuti i numeri della 2^{da} colonna della Tavola V. intitolata *Rifrazione meno la parallasse del Sole*. Essi devono dare direttamente la correzione dell'altezza del Sole, avendo riguardo tanto alla rifrazione che alla parallasse.

35. In seguito di quanto s'è detto è chiaro, che la parallasse della Luna deve essere tanto più grande, per quanto il luogo dell'osservazione più dista dal centro della terra; e che deve essere sempre la stessa pe' luoghi situati ad eguali distanza dal centro. Se la terra fosse sferica, la Parallasse orizzontale sarebbe la stessa dappertutto, ma siccome la sua forma è quella d'una

sferoide schiacciata verso i poli, i suoi raggi all' equatore sono più grandi, e diminuiscono a misura che si avvicinano ai Poli: la parallasse deve in conseguenza diminuire d' una piccola quantità. Si trova nella Conoscenza de' tempi la Parallasse equatoriale: e per ricavarne quella che conviene al luogo dell' osservazione vi bisognano alcune piccole correzioni. Prima di calcolare la parallasse dell' altezza bisogna cercare nella Tavola III. intitolata: *Diminuzione della parallasse equatoriale*, la quantità che deve essere tolta dalla parallasse trovata nella Conoscenza de' tempi.

36. I numeri della Tavola VIII. sono le parallasse della Luna meno la rifrazione, per tutt' i gradi di altezza da 10' in 10', e per tutte le parallasse da un minuto all' altro. Si trovano immediatamente dopo le parti proporzionali pe' secondi della parallasse. Quando l' altezza della Luna è al disotto di 10°, bisogna calcolare le parti proporzionali pe' minuti d' altezza, per mezzo della differenza de' numeri corrispondenti alle due altezze fra le quali si trova l' altezza osservata. Al disopra di 10°. si troveranno direttamente queste parti proporzionali nell' ultima Colonna.

37. Se si vuol correggere una distanza apparente della Luna dal Sole, o da una stella, bisogna aumentare, o diminuire i numeri della Tavola VIII. di quanto è il valore delle correzioni che si devono fare nelle rifrazioni, per aver riguardo alla temperatura, ed al peso dell' atmosfera. Ma è esserziale di far osservare che si deve in questo caso impiegarli in senso contrario, come si è avuto cura d' osservarlo nel principio delle Tavole VI. e VII.; infatti i numeri della Tavola VIII. indicando la parallasse della Luna meno la rifrazione, quanto più la rifrazione aumenterà, per tanto deve diminuire il numero di questa Tavola. Si vede

dunque chiaro, che l'aumento della rifrazione lo fa diminuire, ed al contrario una diminuzione nella rifrazione lo fa aumentare.

E S E M P I O

Il 22. Aprile 1810, ad 1^{or}. 21' della mattina, tempo civile, oppure il 21 a 13.^{or} 21', essendo a 43°. 36' di Latitudine Nord, e 31°. 7' di Longitudine Orientale l'altezza del centro della Luna corretta dell'abbassamento dell'Orizvoute era di 23°. 44'. Si domanda l'altezza vera. L'ora di Parigi che corrisponde all'ora proposta è il 21 ad 11.^{or}. 17'.

Parall. Oriz. equat. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Il 21 a mezzogiorno} \\ \text{il 21 a mezzanotte} \end{array} \right. \begin{array}{l} 59'. 21'' \\ 59'. 29'' \end{array}$

Cambiamento in 12 ore. 8''

12. ^{or} 8''	per 6. ^{or}	4''
6. ^{or} 4''	3	3
3. ^{or} 2	1	0, 6
1. ^{or} 0, 6	1	0, 6
	0. 17'	0, 2
	per 11. ^{or} . 17'	7'', 4
Paral. Oriz. Equat. il 21 a mezzogiorno.		59' . 21''
Parti proporzionali per 11. ^{or} 17'		7
Paral. Oriz. Equat. il 21 ad 11. ^{or} 17'.		59' . 28''
Diminuz. della Parallasse equatoriale.		6
Paral. Oriz. per la Latitudine.		59' . 22''
Rifraz. — parallasse della L per 23°. 40'.		51' . 53''

(bis) Rifr. — parallasse della L per $23^{\circ}.40'$.	$51' . 53''$
per $4'$ d' altezza	— 1
per $22''$ nella parallasse	+ 20
Parallasse dell' altezza — la rifrazione	$52 \ 12$
Altezza apparente del centro della L .	$23^{\circ}. 44', 0$
Altezza vera della Luna.	$24^{\circ}.36'.12''$

Correzione per la più piccola altezza presa fuori del meridiano, per ottenere la Latitudine.

38. Il metodo che si darà in questo Trattato per calcolare la Latitudine per mezzo di due altezze del Sole prese fuori del Meridiano, e l'intervallo di tempo scorso tra le osservazioni, esige che queste osservazioni siano fatte nello stesso luogo; ma siccome accade quasi sempre che l'altezze sono misurate in differenti luoghi, è necessario di fare le correzioni ad alcuni dati del calcolo per ottenere quelle che potevansi avere se le osservazioni fossero state fatte sugli stessi punti del Globo. Queste correzioni dipendono dalla direzione della rotta, dalla lunghezza del cammino che il Bastimento ha percorso nell'intervallo delle osservazioni. Bisognerà primieramente procurare, coi metodi conosciuti, la differenza in latitudine, e la differenza in longitudine che corrispondono alla direzione ed alla lunghezza della rotta, le quali saranno nello stesso tempo la differenza in latitudine, e la differenza in longitudine de' due luoghi d'osservazioni. Sarà agevole d'aver riguardo alla differenza in longitudine, come si vedrà qui appresso. Si tratta qui della correzione che deve farsi alla più piccola altezza, per tener conto del cammino fatto in latitudine.

Il calcolo deve dare la latitudine del luogo, dove si è osservata la più grande delle due altezze; e bisognerà sempre correggere la più piccola.

Le Tavole XII., e XIII., danno un mezzo facile per trovare questa correzione; ed esso sarà di tanto maggior vantaggio, quanto che rende inutile l'osservazione sempre incerta dell'azimut del Sole.

39. Le operazioni che si devono fare possono essere divise in due parti; nella prima si tratta di trovare, per mezzo delle Tavole XII e XIII un numero che chiameremo moltiplicatore della differenza in latitudine; la seconda parte consiste nella maniera d'impiegare questo moltiplicatore per trovare la correzione della piccola altezza. Si darà qui appresso il dettaglio delle regole da osservarsi; ed in seguito si daranno degli esempj per facilitarne l'applicazioni.

40. Si cerchi in una delle pagine a sinistra della tavola XII, con la latitudine ch'è indicata in testa d'ogni colonna, e la piccola altezza che si trova scritta nella prima colonna, un numero ch'è il primo termine, e si scriva separatamente; si cerchi poi cogli stessi dati, e nelle pagine a dritta l'argomento (*) che si scriverà alla to del primo termine.

(*) Per *Argomento* s'intende la quantità della quale deriva un'equazione, un'ineguaglianza, una circostanza qualunque del movimento d'un pianeta: In tal modo, *argomento di latitudine* è la distanza d'un pianeta dal suo nodo, da cui la latitudine è dipendente. L' *Argomento annuale* è la distanza del sole dall'apogeo della Luna. E l' *Argomento della parallasse* è l'effetto che essa produce nell'osservazione, il quale serve per trovare la vera quantità della parallasse orizzontale. *Trad.*

Coll' argomento che si è trovato, e con la declinazione del Sole, secondo ch'è della stessa denominazione della latitudine, o di differente, si cerchi, nella Tavola XIII, il secondo termine, e si scriverà sotto del primo.

Si sottragga il primo termine dal secondo accresciuto, s'è necessario, di due unità; e si avrà il moltiplicatore richiesto.

Questa prima regola ha luogo in tutt'i casi, eccetto quello nel quale la declinazione, e la latitudine essendo della stessa denominazione, la declinazione è maggiore della Latitudine. Allora si tolga il secondo termine dal primo, e si avrà il moltiplicatore richiesto. Bisogna osservare che in questa sola circostanza, il sole passa sul meridiano dalla parte del polo elevato, ed in quel caso il secondo termine è sempre minore del primo.

41. Si troverà la piccola altezza corretta servendosi delle seguenti regole.

Se l'altezza meridiana pel luogo d'altezza più grande deve essere maggiore di quella del luogo d'altezza piccola, si aggiunga la differenza in latitudine alla piccola altezza; in seguito si sottragga dalla somma il prodotto di questa stessa differenza in latitudine moltiplicata pel numero, ossia moltiplicatore antedentemente trovato.

Se l'altezza meridiana deve essere più piccola nel luogo dell'altezza grande che in quello della piccola, si tolga la differenza in latitudine dalla piccola altezza; si aggiunga in seguito al residuo il prodotto della stessa differenza in latitudine moltiplicata pel numero, o moltiplicatore trovato per mezzo delle Tavole XII, e XIII.

Bisogna osservare per rendere l'applicazione di

queste ultime regole ancora più facile , che il prodotto della differenza in latitudine pel moltiplicatore calcolato , deve sempre essere impiegato in senso opposto alla differenza stessa in latitudine , cioè bisogna sottrarre quel prodotto quante volte s'è dovuta aggiungere la differenza in latitudine ; per lo contrario devesi esso aggiugnere quando dalla piccola altezza si è sottratta la differenza in latitudine.

E S E M P I O I.

Essendo a $33^{\circ}. 19'$ di latitudine stimata Nord , si è osservata l'altezza del Sole , e si è trovata di $31^{\circ}. 12'$. Scorse alcune ore , una seconda osservazione ha fatto rilevare che l'altezza del Sole era di $75^{\circ}. 22'$. Nell'intervallo di queste due osservazioni il bastimento aveva percorso 10 Leghe $\frac{1}{2}$, ossia 31,5 miglia al S. O. $\frac{1}{4}$ S. 5° S. Le declinazione del Sole all'istante della prima osservazione era di $20^{\circ}. 41'$ N. Si domanda quale sarebbe stata la più piccola di queste altezze , se fosse stata osservata nel luogo della più grande.

Il metodo conosciuto della riduzione delle rotte , fa conoscere , che la differenza in longitudine de' due luoghi d'osservazione è $18', 1$, e la differenza in latitudine di $27', 6$, di cui il luogo dell'altezza più grande è più al Sud di quello della piccola. Siccome qui si tratta d'aver riguardo al cammin fatto in latitudine , si farà uso di quest' ultima quantità.

Bisogna in primo luogo cercare nella pagina della tavola XVI. ch'è intitolata: *Primo termine* , il numero corrispondente a $33^{\circ}. 19'$ di latitudine , ed a $31^{\circ}. 12'$, d'altezza ; ed esso si trova 1,39 , che si scrive come qui appresso.

In seguito, nella pagina intitolata *Argomento*, che sta a dritta della precedente, si vede che l'argomento corrispondente alla stessa latitudine, ed alla stessa altezza è 1,40, e si scrive allato del primo termine. Quest'argomento, e la declinazione ch'è della stessa denominazione della latitudine, servono a trovare nella Tavola XIII il secondo termine, ch'è 0,50, e si scrive al disotto del primo. Siccome la latitudine è della stessa denominazione e più grande della declinazione del Sole, si deve togliere il primo termine 1,39 dal secondo 0,50 aumentato di due unità, ossia 2,50; il residuo 1,11 è il moltiplicatore richiesto. Il prodotto della differenza in latitudine de' due luoghi d'osservazione moltiplicata per 1,11 è 30',7.

Si deve badare, che essendo la latitudine Nord, come anche la declinazione, ma più grande di quest'ultima, il Sole passa pel meridiano dalla parte del Sud. Essendo il luogo dell'altezza grande al Sud di quello della piccola, l'altezza meridiana deve essere più grande: bisognerà dunque aggiugnere il cammino fatto in latitudine ch'è di 27',6 alla piccola altezza del Sole ch'è di $31^{\circ}.12'$, e si avrà $31^{\circ}.39',6$, togliendo giusta le regole precedenti 30',7 ch'è il prodotto della differenza in latitudine moltiplicata pel numero trovato per mezzo delle Tavole XII, e XIII.; la piccola altezza rapportata al luogo della più grande sarà $31^{\circ}.8',9$; oppure, trascurando i secondi al disopra di 50'', $31^{\circ}.8'50''$.

Ecco come si possono disporre le operazioni.

Alt. S. $31^{\circ} 12'$	} 1. termine	1,39	Arg. 1,40	
Lat. N $33^{\circ} 19'$				
Decl. $20^{\circ} 41'$	} 2. termine	2+0,50	Dif. in lat. $27', 6$	Moltip. $1,11$
Arg. 1,40				
II.° term. il I.° Molt.		1,11		$27', 6$
				$2, 8$
				$0, 3$

Prodotto . . . $30', 7$

Il Sole passa pel meridiano dalla parte 'del Sud ,
e l'altezza meridiana deve essere nel luogo dell' altezza
grande maggiore che in quello della piccola.

Piccola altezza del S.	$31^{\circ} 12'$
Si aggiunga la differenza in latitudine	$27, 6$
Somma.	$31^{\circ} 39', 6$
Se ne tolga il prodotto	$30, 7$

Piccola alt. riferita al luogo della grande $31^{\circ} 8', 9$
ossia $31^{\circ} 8', 50''$

Il dettaglio delle operazioni che ha bisognoato di
fare per trovare la piccola altezza corretta dell'esem-
pio precedente , sono sufficienti a far conoscere il metodo
da seguire in tutt' i casi ; ne' due esempj che seguono
si taceranno molti di questi dettagli.

E S E M P I O II.

Essendo a $49^{\circ} 10'$ di Latitudine N. , la piccola
altezza del Sole è stata osservata di $12^{\circ} 26'$, qualche
ora dopo l' altezza grande è stata ritrovata di $28^{\circ} 15'$.
Il Bastimento aveva corso 11 leghe $\frac{1}{2}$ ossia $3\frac{1}{2}$ miglia
al N.E. La declinazione del Sole era di $4^{\circ} 32' S.$

Il luogo dell'altezza grande era dunque al Nord di quello della piccola di 24'.

Alt. S $12^{\circ} 26'$
 Lat. N $48^{\circ} 10'$ } 1. termine 1, 25 Arg. 1,53

Decl. S 4, 31 } 2. termine 1, 89 Dif. in lat. $24'$, 0
 Arg. 1, 53 } Multipl. 0', 64

2. do ter. — 1. ter. Molt. 0, 64 $14'$, 4
 0, 9

Prodotto. $15'$, 3

Il Sole passa pel meridiano dalla parte del Sud , e l'altezza meridiana nel luogo dell'altezza grande deve essere più piccola di quella nel luogo della piccola altezza.

Piccola altezza del Sole $12^{\circ} 26'$
 Si tolga la differenza in Latitudine 24

Differenza $12^{\circ} 2'$

Si aggiunga il prodotto 15, 3

Piccola altezza riferita al luogo della grande $12^{\circ} 17'$, 3
 ossia , non tenendo conto delle parti decime di secondi $12^{\circ} 17'. 20''$.

ESEMPIO III.

Essendo a $3^{\circ} 42'$ di latitudine S. l'altezza grande del Sole è stata trovata di $70^{\circ} 31'$. Dopo del passaggio pel meridiano , si è osservata la piccola altezza ch'era di $50^{\circ} 22'$. Il bastimento aveva corso 4 Leghe $\frac{1}{2}$ ossia 13 miglia $\frac{1}{2}$ al N. N. O. nell'intervallo delle osservazioni . La declinazione del Sole era di $22^{\circ} 30'$. S ; per conseguenza aveva la stessa denominazione , ma era maggiore della latitudine. Il luogo

dell'altezza grande era più al Sud di quello della piccola di 12', 5.

Alt. S 50°. 22'	} 1. termine	1, 06	Arg. 1, 57	
Lat. S 3°. 42				
Decl. S 22. 30	} 2. termine	0, 60	Dif. in lat. 12', 5	Multip. 0', 46
Arg. 1, 57				
1. ter. — 2. ter. Multip.		0, 46		5', 0 0', 8

Prodotto. 5', 8

Il sole passa pel meridiano dalla parte del Sud ; l'altezza meridiana del luogo dell'altezza grande deve essere maggiore di quella del luogo della piccola.

Piccola altezza del Sole	50°. 22'
Aggiungasi la diff. in lat.	12°, 5

Somma 50°. 34', 5
5, 8

Tolgansi il prodotto

Piccola altezza riferita al luogo della grande	50°. 28', 7
ossia	50°. 28'. 40''



CAPITOLO III.

Della Latitudine.

42. Si può ottenere la latitudine in mare per mezzo di tre specie di diverse osservazioni. La più usata, e la più semplice di tutte è l'osservazione dell'altezza meridiana; la seconda consiste nell'osservare molte altezze prossime al meridiano per ricavarne l'altezza meridiana; con queste si ha una maggiore precisione: intanto, siccome il calcolo è un poco lungo, e che esige la conoscenza dell'ora corrispondente a ciascuna delle altezze osservate, bisogna impiegarlo nel caso che si voglia determinare con una grandissima precisione la latitudine de' luoghi de' quali è essenziale di far conoscere le situazione. Infine può ottenersi la latitudine coll'osservazione delle due altezze pure fuori del meridiano, e coll'intervallo di tempo scorso da un'osservazione all'altra. Sebbene quest'ultimo metodo non possa darla con una precisione uguale a quella degli altri due, pure riesce di molta utilità nell'uso della navigazione, allorchè il sole si è trovato coperto nel mezzogiorno, e ch'è stato impossibile d'osservare l'altezza meridiana.

Si daranno qui appresso delle regole di calcolo adattate ad ognuno de' tre metodi.

*Trovare la Latitudine coll' altezza
meridiana di un Astro qualunque.*

43. Il Calcolo della Latitudine può farsi come si è detto nell'art. 5 , aggiungendo la distanza meridiana al zenit dell'astro di cui s'è osservata l'altezza , con la declinazione dello stesso Astro ; oppure togliendo queste quantità l'una dall'altra. Si è prescritto nelle regole seguenti l'impiego della stessa altezza che si è avuto direttamente coll'osservazione. Le operazioni che ne risultano differiscono da quelle di cui si fa uso ordinariamente ; ma gli schiarimenti che si daranno ne renderanno più facile l'applicazione.

44. Quando si sta sull'equatore terrestre , la latitudine è zero ; allora l'equatore celeste passa per lo zenit , ed i due poli sono nell'orizzonte. Se si avanza verso dell'uno , o dell'altro emisfero nella direzione del meridiano , il polo di quest'emisfero s'innalza al disopra dell'orizzonte, d'una quantità eguale al cammino che si fa in latitudine ; e la latitudine è eguale all'altezza di questo polo.

Il polo dell'altro emisfero si abbassa al contrario dalla parte opposta al disotto dell'orizzonte, e l'equatore celeste si diminuisce da questo lato dello stesso numero di gradi. L'equatore celeste si trova dunque abbassato dalla parte del polo , e la sua inclinazione sull'orizzonte è eguale al complemento della latitudine. Da quest'ultima verità si ricavano le seguenti regole per calcolare direttamente la latitudine col mezzo dell'altezza meridiana.

È facile di conoscere che l'inclinazione dell'equatore sull'orizzonte ha per misura l'arco del meridiano

compreso fra questi due cerchi; quest' arco si chiamerà altezza dell' equatore, ma bisogna osservare che realmente è questa l' altezza dell' equatore celeste che passa pel meridiano.

45. Si calcoli in primo luogo l' ora di Parigi che corrisponde all' istante nel quale l' astro osservato passava pel meridiano, e si cerchi nella Conoscenza de' tempi, quale era allora la sua declinazione; in seguito deve correggersi l' altezza osservata, dell' abbassamento dell' orizzonte, e della rifrazione: se si è presa l' altezza del Sole, o della Luna si avrà riguardo al semidiametro, ed alla parallasse; si avrà quest' ultima quantità contemporaneamente alla rifrazione, col prendere, se si tratta del Sole, i numeri della seconda colonna nella tavola V; se si tratta della Luna, si prenderanno i numeri della tavola VIII. Ottenuta che si sarà l' altezza vera, e la declinazione, si procederà al calcolo della latitudine.

1.^o Si osservi verso qual polo l' osservatore è rivolto, quando si prende l' altezza meridiana, cioè a dire per qual lato l' astro è passato pel meridiano.

2.^o Se la declinazione ha una denominazione differente da quella del polo verso del quale si è rivolto nell' osservare l' altezza; si tolga la declinazione dall' altezza vera, il residuo darà l' altezza dell' equatore, di cui il complemento deve essere eguale alla latitudine. L' astro, in questo caso, è passato pel meridiano dalla parte del Polo abbassato, e la latitudine avrà una denominazione diversa da quella del Polo verso del quale si sta nell' osservare l' altezza: questa regola non ha eccezioni.

3.^o Se la declinazione è della stessa denominazione del polo verso del quale si è osservata l' altezza meridiana, si aggiunga la declinazione all' altezza vera;

la somma sarà l'altezza dell'equatore. Quando questa somma è minore di 90° , il sole è stato osservato dalla parte del polo abbassato, come nel caso precedente; il suo complemento sarà la latitudine richiesta, la di cui denominazione deve essere diversa da quella di questo polo.

Quando la somma della declinazione, e dell'altezza vera, o l'altezza dell'equatore è maggiore di 90° , ciò prova che l'equatore celeste era alle spalle dell'osservatore, ossia dall'altra parte del Zenit, nell'istante in cui si osserva l'altezza; in tal caso l'astro è passato pel meridiano dalla parte del polo elevato. Si tolgano 30° dalla somma della declinazione, e dell'altezza, il residuo sarà la latitudine, di cui la denominazione deve essere la stessa di quella del polo verso del quale si era rivolto nell'osservare l'altezza meridiana.

E S E M P I O I.

Altezza del Sole.

Il 23 aprile 1810, essendo a $31^\circ. 10'$ di longitudine occidentale, il Sole è passato pel meridiano verso il Sud, l'altezza meridiana del lembo inferiore è stata osservata di $51^\circ. 25'$; l'elevazione dell'occhio al disopra della superficie del mare era di 24 piedi 7, 5 pollici.

Si troverà, colle regole prescritte dall'art. 9, che l'ora di Parigi è 2.^{or} 5', l'epoca dell'osservazione è dunque il 29 a 2.^{or} 5'; secondo quel che si è detto nell'art. 26. Si calcolerà la declinazione del Sole: ed è di $14^\circ. 21', 5''$ N.

Alt. osserv. del lembo inferiore del S.	51°. 25'. 0''
Elev. dell'occhio 8 ^m . Abbass.	— 5. 1
Residuo	51°. 19'. 59''
Semi-diametro del S.	+ 15. 54
Somma	51°. 35'. 53''
Rifrazione—parallasse del S.	— 0. 40
Altezza vera del S. verso il S.	51°. 35'. 13''
Declinazione del S. verso il N.	14. 21. 57
Altezza dell'equatore. Differenza	37°. 13'. 16''
Complemento. Latitudine N.	52°. 46'. 44''

E S E M P I O II.

Altezza della Luna.

Il 26 marzo 1810, essendo a 43°. 7' di longitudine occidentale, ed a 25°. 36' di latitudine Nord, la luna è passata pel meridiano verso il sud. a 4.^{or} 20' della mattina, ossia il 25 a 16.^{or} 20', l'altezza meriana del lembo superiore di 46°. 19'. l'elevazione dell'occhio di 21 piedi 6 pollici.

Nel punto del passaggio della luna pel meridiano, era a Parigi 19.^{or} 12', la luna si trovava in quest'istante a 17°. 43'. di declinazione Sud.

Altezza del lembo superiore della L.	46°. 19'. 0''
Elev. dell'occhio 7 ^m . Abbassam.	— 4. 41

Residuo 46°. 14'. 19''

(bis)	Residuo	46°. 14'. 19"
Semi-diam. or. 16'. 5"	} Semid. della L. —	16', 17"
Aumentato + . 12		
Altezza apparente del centro		45°. 58'. 2"
Parall. Oriz. 58'. 57"	} Parall.—rifraz. +	40 . 2
Diminuita 58 . 55		
Altezza vera della L verso il S.		46°. 38'. 4"
Declinazione della L. verso il S.		17 . 43 . 0
Altezza dell'equatore. <i>Somma</i>		64°. 21'. 4"
Complemento. Latitudine N.		25°. 38'. 56"

E S E M P I O III.

Altezza di una stella.

Il 16 aprile 1808, Antares è passato pel meridiano verso il Sud, la sua altezza osservata era di 64°, 30', e l'elevazione dell'occhio di 6^m, 5 ossia 20 piedi.

Si è trovato all'art. 18 che la declinazione di Antares, il 16 aprile 1808, era di 25°. 59'. 29" S.

Altezza osservata d'Antares verso il S. 64°. 30', 0"
Elevazione dell'occhio 20 piedi. Abbas. — 4. 31

	Residuo	64°. 25'. 29"
Rifrazione		— 28
Altezza vera di Antares verso il S.		64°. 25'. 1"
Declinazione verso il S.		25 . 59 . 29
Altezza dell'equatore. <i>Somma</i>		90°. 24'. 30"
Meno 90°. Latitudine S.		0°. 24'. 30"

Trovare la latitudine per mezzo di molte altezze del Sole prese vicinissimo al meridiano.

46. Quando si vuole ottenere la latitudine col mezzo di molte altezze prese vicino al meridiano, bisogna osservare il maggior numero di altezze ch'è possibile nell'intervallo di 14', a 16', si cominceranno le osservazioni 7' ad 8' prima del passaggio del Sole pel meridiano, e si termineranno 7' ad 8' dopo. Gli astronomi calcolano con un metodo diretto, e rigoroso le quantità che devono aggiungersi a ciascuna delle altezze osservate per ricavarne il valore dell'altezza meridiana; ma come nell'uso della navigazione, un errore di 2'' a 3'' è di poco momento, si darà un metodo d'approssimazione, ch'è più generalmente usato per la semplicità del calcolo. Con questo metodo si otterrà un numero di altezze meridiane eguale a quello delle osservazioni; e se ne ricaverà la latitudine con maggior precisione di quello ch'era possibile di farlo col mezzo d'un'altezza meridiana. È inutile, come si vedrà qui appresso, di calcolare la correzione che conviene ad ogni altezza osservata; le operazioni si trovano molto abbreviate, ed è sufficiente di cercare la correzione dell'altezza media che risulta da tutte queste altezze.

Si può supporre senza tema d'errori sensibili, che nell'intervallo di 7' a 8' prima del passaggio del Sole pel meridiano, o di 7' a 8' dopo, i cambiamenti di altezze sono proporzionali ai quadrati de' tempi scorsi prima, e dopo di questo passaggio. È possibi-

le di calcolare la quantità della quale deve il Sole salire durante l'ultimo minuto che impiega per giungere sino al meridiano, e durante il primo minuto che se ne allontana, è facile dunque di avere in risultamento quella di cui deve salire, o discendere per qualunque altro intervallo, purchè quest'intervallo non sia maggiore di 7' a 8'. Non si tratterà, che di moltiplicare il cambiamento di altezza che corrisponde all'ultimo minuto primo, o al primo minuto dopo del passaggio, pel quadrato dell'intervallo corrispondente a ciascuna osservazione, oppure pel quadrato dell'angolo orario. Tale è il principio fondamentale del metodo di approssimazione che si darà. È necessario di conoscere l'ora nella quale ciascuna osservazione è stata fatta; bisognerà dunque fare uso di un orologio a secondi, o per meglio fare d'una mostra marina, di cui l'avanzamento o il ritardo assoluto sul tempo vero, fosse stato calcolato colle osservazioni fatte lo stesso giorno nella mattina, o nella sera. Si darà qui appresso il metodo per procurarsi l'ora del luogo dove si fa l'osservazione, e la quantità della quale una mostra avanza' o ritarda sul tempo vero; nelle seguenti regole si supporrà come nota questa quantità.

47. La correzione delle altezze osservate sarà tanto più piccola, per quanto queste altezze sono state prese più vicine al Meridiano, o che l'angolo orario corrispondente sarà più piccolo: le stesse correzioni aumenteranno a misura che gli angoli orarj corrispondenti saranno più grandi. Se l'ora che deve segnare l'orologio all'istante del passaggio del Sole pel meridiano, è errata, e che quest'errore sia tale da poter aumentare gli angoli orarj delle osservazioni fatte prima del passaggio, ne risulterà che le correzioni delle altezze corrispondenti saranno troppo grandi. Lo stesso errore dimi-

nuirà gli angoli orarj delle osservazioni che sono state fatte dopo del passaggio , e le correzioni di queste ultime altezze saranno troppo piccole : nel caso che gli angoli orarj delle prime osservazioni fossero stati troppo piccoli , quelli delle ultime sarebbero stati troppo grandi. L'errore dell' ora dell' orologio influirà dunque in senso contrario sulla correzione delle altezze osservate prima e dopo del passaggio del Sole pel meridiano , e per conseguenza sulle altezze meridiane che ne saranno risultate. In conseguenza se si prenda un medio aritmetico tra tutte le altezze meridiane calcolate , gli errori che influiscono in un senso compenseranno in totale , o in parte quelli che agiscono in senso opposto ; e l'errore dell' altezza media , o anche della latitudine sarà sempre meno considerevole de' più grandi errori de' quali si è parlato.

Bisogna dunque riguardare come una regola generale , che per quanto è possibile , bisogna osservare lo stesso numero delle altezze prima , e dopo del passaggio del Sole pel Meridiano.

48. Si calcoli prima col divario presso a poco di mezzo minuto l'ora che deve segnare l'orologio all'istante del mezzogiorno. Si comincino le osservazioni 7' o 8' prima di questo istante , e si noti l'ora , il minuto , ed il secondo che corrisponde ad ogni osservazione , nè si cessi l'osservazione se non dopo 7' o 8' dopo l'ora del passaggio. Servendosi d'un sestante bisognerà contare sul lembo dello strumento l'arco segnato dall'alidada alla fine d'ogni osservazione , e si scriverà allato dell'ora che le corrisponde.

Nel caso che si facesse uso del cerchio di riflessione , si conti l'arco percorso dall'alidada dello specchio grande alla fine di ciascuna osservazione di numero pari. Questa maniera di contare darà i mezzi di po-

ter trascurare le altezze che si stimeranno difettare , sia perchè differiscono troppo le une dalle altre , sia per qualche accidente sopraggiunto durante l'osservazione.

Si prenda la somma di tutte le altezze , se si è osservato con un sestante , o l'arco percorso dall' alidada s'è con un cerchio , e si divida questa somma , o l'arco percorso , per la somma delle osservazioni ; si avrà un' altezza media apparente. Quest'altezza si corregga dell'abbassamento dell'orizzonte , del diametro del Sole , e degli effetti della rifrazione , e della parallasse ; e si otterrà un' altezza media vera , che bisognerà solo aumentare della quantità che risulterà dalle seguenti regole , per avere l'altezza meridiana , e la latitudine.

1°. Colle osservazioni fatte la mattina , e la sera , suppongo calcolata l'ora , che l'orologio deve segnare a mezzogiorno in un luogo poco distante dall' Est , o dall' Ouest di quello nel quale si saranno fatte le osservazioni delle altezze vicine al meridiano . Correggasi quest' ora (art. 8, e 9) per mezzo del cammino fatto in longitudine durante l'osservazione , e si avrà l'ora del passaggio del Sole pel meridiano , nel luogo dove le altezze sono state osservate.

2°. Si cerchi nella Tavola IX, colla latitudine stimata e la declinazione la quantità di cui il Sole deve salire , o discendere un minuto prima , e dopo del suo passaggio al meridiano. Questa quantità è espressa in secondi , ed in frazioni di secondi ; si scrive com' è indicato nell'esempio qui appresso.

3°. Si prenda la differenza ch' esiste tra l' ora che l'orologio segnava nell'istante di ciascuna delle osservazioni , e l'ora del passaggio pel meridiano , si avrà l'angolo orario corrispondente a ciascuna delle altezze.

Si troverà nelle Tavola X allato di ciascuno di questi angoli orari, un numero che n'è il quadrato espresso in minuti e frazioni di minuto, e si scriverà a dritta dell'angolo orario al quale appartienē. Si sommino insieme tutti i quadrati degli angoli orari, e si divida la loro somma pel numero delle osservazioni; il quoziente sarà un numero col quale si moltiplicherà la quantità trovata nella tavola IX. Il prodotto sarà la correzione che devesi aggiugnere all'altezza media vera di tutte le osservazioni per ricavarne l'altezza meridiana. S'impiegherà quest'altezza meridiana nello stesso modo di quella che avrebbe potuto ottenersi direttamente coll'osservazione, e si avrà la latitudine.

L'esempio seguente renderà più chiare le regole date qui sopra.

E S E M P I O

Nel 17 Giugno 1793 essendo a $9^{\circ}. 52'$ di latitudine Sud, ed a $148^{\circ}. 55'$ di longitudine orientale, si sono osservate varie altezze del Sole vicine al meridiano per avere la latitudine. Colle osservazioni fatte nel corso della mattina si è riconosciuto che a $7^{\text{or}} 50'$ della mattina l'orologio ritardava di $1^{\text{or}} 22', 34''$, 2 sul tempo vero. Il luogo dell'osservazione a mezzogiorno era di $4'. 50''$ di grado, ossia di $19'', 3$ di tempo all'Ouest di quello nel quale si era osservata l'ora. L'elevazione dell'occhio era di $6\text{m}, 17$, ossia 19 piedi.

L'ora che l'orologio avrebbe segnato a mezzogiorno nel luogo dove s'è osservato l'angolo orario, sarebbe $10^{\text{or}} 37' 25'', 8$; ma il luogo dell'osservazione della latitudine è all'Ouest di $19'', 3$ di tempo, il

passaggio pel meridiano ritarderà della stessa quantità. Bisogna perciò aggiugnere $19'',3$ a $10.^{or} 37'. 25'', 8$; e l'ora del passaggio all'orologio sarà, trascurando le frazioni di secondi, $10.^{or} 37'. 45''$. Senza distendere il calcolo sarà facile a primo sguardo di riconoscere le operazioni da farsi.

L'ora che si contava a Parigi all'istante del passaggio pel meridiano, era $14.^{or} 4'$, ma il 17 non era ancora cominciato, e l'epoca del passaggio è il 16 giugno a $14.^{or} 4'$, la declinazione del Sole è corrispondente a $23^{\circ}. 24'. 29''$. N.

Or del passaggio pel meridiano . $10.^{or} 37'. 25''$.

Ore all'orologio	Intervalli	Quadr. degl' inter. ossia moltiplicatori
$10.^{or} 35'. 47''$.	$1'. 58''$	$3'', 9$
36. 21	1. 24	2, 0
38. 9	0. 24	0, 2
39. 10	1. 25	2, 0
Somma		8'', 1
<i>Il quarto. Moltiplicatore</i>		2, 03
Quantità di cui il Sole saliva $1'$ prima del passaggio		3, 3
		6'', 1
		0'', 6
Numero che s'aggiugne all'altezza media		6'', 7
Somma delle altezze del lembo inferiore del S.		226°. 1'. 40''
<i>Il quarto. Alt. appar. media del S.N.</i>		56. 30. 25
Elevazione 6^m , 17. Abbassamento		— 4, 23
Residuo		56°. 16'. 2''

(bis)	Residuo	56°. 16'. 2''
Semi-diametro del S.	+	15, 46
Rifrazione—Parallasse		56°. 41'. 48''
		— 33'
Altezza vera media del S.		56°. 41. 15''
Si aggiunga	+	7
Altezza meridiana N.		56°. 41'. 22''
Declinazione N.		23. 24. 29
Somma. Altezza dell'equatore		80°. 5'. 51''
Complemento. Latitudine S.		9°. 54'. 9''

49. Nell'intervallo di 14', che possono durare le osservazioni, è possibile di prendere otto, dieci altezze, e qualche volta dippiù; gli errori delle altezze si troveranno dunque molto impiccoliti sulla latitudine calcolata. Si potrà ottenere la latitudine in un solo giorno con tanta precisione quanta se ne avrebbe colle osservazioni di otto, o dieci altezze meridiane, che avrebbero richiesto lo stesso numero di giorni di quello delle osservazioni; e se le altezze si prendono con un cerchio, l'esattezza sarà maggiore.

Gli errori più considerevoli dipenderanno dall'incertezza delle rifrazioni celesti, e principalmente di quelle che hanno influenza sull'abbassamento dell'orizzonte di cui s'è parlato negli art. 24 e 25. Intanto ne' casi ordinarij potrà aversi la latitudine ad un minuto, o $\frac{1}{2}$ minuto quasi, e qualche volta con maggior precisione.

Trovare la latitudine per mezzo di due altezze del Sole, prese fuori del meridiano, e coll'intervallo di tempo scorso fra le osservazioni.

50. Il calcolo della latitudine con due altezze prese fuori del meridiano, e coll'intervallo di tempo scorso fra le osservazioni, è molto complicato. I limiti fissati per questo trattato non permettono di darne qui la dimostrazione; ma si troverà alla fine dell'opera. Lo scopo proposto essendo quello di far conoscere le operazioni che sono adattate a ciascuno de' metodi che si possono impiegare in mare per renderne l'uso facile, e familiare. Questo è il motivo pel quale si troveranno alla fine di questo trattato le dimostrazioni di tutt'i metodi, che dipendono dalla risoluzione de' triangoli sferici.

51. Con questo metodo è necessario di sapere se il Sole deve passare pel meridiano dal lato del polo abbassato, o del polo elevato; ma una simile condizione non può avere alcun inconveniente nella pratica. In fatti è impossibile d'ottenere la latitudine colle altezze prese prima o dopo del mezzogiorno, tutte le volte che il Sole deve passare pel meridiano al disopra di 84° di altezza, cioè quando la sua distanza meridiana dal Zenit sarà minore di 6° : or siccome non può esservi un' incertezza molto grande sulla latitudine stimata, subitochè questa specie d'osservazione potrà aver luogo, si avrà la certezza di non ingannarsi sulla denominazione del polo verso del quale il Sole deve passare pel meridiano.

52. Tutte le altezze che si possono osservare mentre il Sole è sull'Orizzonte non sono egualmente adatte a dare la latitudine colla precisione che richiede la sicurezza della navigazione; se ne potrebbero osservare di quelle; risultamenti delle quali fossero molto difettosi, ed anche tra le altezze che si prenderebbero in circostanze favorevoli, ve ne ha di quelle le di cui latitudini calcolate abbisognassero le une più esattezza, che le altre. Queste circostanze dipendono generalmente dall'intervallo di tempo scorso fra le osservazioni, rapportandolo a quello dell' angolo orario corrispondente all' altezza la più vicina al meridiano. Si può bensì valutare la probabilità che può avere la latitudine col rapporto che esiste tra gli azimut corrispondenti a ciascuna delle altezze; ed è di questi angoli, che sovente si farà uso nelle regole seguenti. Il metodo di cui si tratta si trova descritto in dettaglio nel secondo volume del *Viaggio di d'Entrecasteaux*; e da quest' opera si è ricavato tutto ciò che verrà detto in questo proposito.

53. Allorchè le due altezze sono state prese dallo stesso lato del meridiano; cioè, quando tutte due sono state osservate la mattina, o la sera, le osservazioni si chiamano della stessa specie. Se una delle due altezze è stata osservata prima del passaggio pel meridiano, e l'altra dopo, le osservazioni sono di specie diversa.

L'azimut corrispondente all' altezza ch' è stata osservata più vicina al mezzogiorno, o alla più grande altezza si chiama il piccolo azimut; quello che corrisponde alla più piccola altezza si chiama l' azimut grande.

PRECETTI GENERALI

Per osservare la latitudine con due altezze prese fuori del meridiano.

54. Quando l'altezza meridiana deve essere maggiore d' 84° , questo metodo non può servire.

La piccola altezza deve essere maggiore di 6° a 7° . Il cammino fatto nell'intervallo delle osservazioni non deve essere maggiore di 12 leghe, ossia 36 miglia.

L'orologio col quale si misura l'intervallo di tempo scorso fra le osservazioni, non deve allontanarsi dal tempo medio più di 3' in 24 ore.

OSSERVAZIONI DELLA STESSA SPECIE

Regole per l'altezza la più vicina al meridiano.

55. Più l'osservazione della grande altezza è fatta vicina al mezzogiorno, più il risultamento sarà esatto.

Se si misura l'intervallo con un orologio marino, il piccolo azimut non deve essere maggiore di 40° , o 45° . Nel caso che si potesse avere questa misura con un orologio ordinario, che non s'allontanasse dal tempo medio di più di 3' in 24 ore, il piccolo azimut non deve essere più di 15° .

Regole per l'altezza la più lontana dal meridiano.

56. L'intervallo di tempo scorso fra le osservazioni deve essere sempre maggiore del piccolo angolo orario; ma siccome il rapporto di queste due quantità è soggetto a variare secondochè l'altezza meridiana del sole deve essere più, o meno grande, si possono ricavare delle regole generali dal valore degli azimut che corrispondono alla più piccola altezza.

L'azimut che corrisponde alla più piccola altezza, ossia il grande azimut deve essere minore quasi due volte e mezzo del valore del piccolo azimut. Quando si fa uso d'un orologio marino, secondochè il grande azimut è maggiore, più il risultamento è preciso, purchè il sole abbia sempre più di 6° a 7° di altezza, e che il cammino fatto nell'intervallo delle osservazioni non sia maggiore di 12 leghe. Con un orologio ordinario, il grande azimut non deve esser maggiore di 75° .

Con queste regole potrà ottenersi la latitudine a $3'$ di differenza.

OSSERVAZIONI DI DIFFERENTE SPECIE

57. Più le due altezze sono osservate vicine al meridiano, il risultamento avrà maggiore esattezza.

Regole per l'altezza la più vicina al meridiano.

58. Se si misura l'intervallo con un orologio marino, il piccolo azimut non deve essere mai maggiore di 45° , con un orologio ordinario non deve essere più di 3° .

Regole per l'altezza più lontana dal Meridiano.

59. Il supplemento del grande azimut, o dell'azimut corrispondente alla piccola altezza deve essere minore di due volte e mezzo il valore del piccolo azimut. Questa regola è senza eccezione, quante volte l'intervallo si misura con un orologio marino, ma bisogna ricordarsi che il Sole non deve essere al disotto di 6° a 7° . d'altezza, e che il cammino fatto nell'intervallo non deve essere più di 11 Leghe.

Quando si fa uso d'un orologio ordinario, allorchè il piccolo azimut sarà tra 15° , e 30° , la somma degli azimut corrispondenti alle due altezze, ossia l'intervallo in azimut potrà essere di 60° . Nel caso poi, che il piccolo azimut fosse di 15° , o al disotto, il grande non dovrebbe essere maggiore di 75° .

Mediante queste regole la latitudine potrà avere al più $3'$ di differenza.

Osservazione sull' applicazione delle regole precedenti.

60. Non è necessario di conoscere con precisione l'azimut corrispondente a ciascuna delle altezze per essere in istato di giudicare del grado di precisione che si ottiene in un osservazione; basta di poterla avere a 2° , o 3° di differenza.

Le Tavole XII. e XIII di cui s'è insegnato l'uso negli articoli 40. e 41. daranno questi azimut coll' esattezza necessaria, per mezzo d' un' operazione semplicissima, come si vedrà qui appresso.

61. Allorchè si sarà calcolato il moltiplicatore della correzione da applicarsi alla piccola altezza; per aver riguardo al cammino fatto in latitudine nell'intervallo delle osservazioni, con questo numero nella tavola XIV si troverà a sinistra sulla stessa linea l'azimut corrispondente alla piccola altezza.

Si calcolerà egualmente per mezzo delle tavole XII e XIII il moltiplicatore che spetterebbe all'altezza grande, si troverà nella tavola XIV. l'azimut che le corrisponde. I due azimut essendo conosciuti, sarà agevole colle regole precedenti di verificare se le circostanze dell' osservazione sono favorevoli, e se il risultamento deve essere compreso ne' limiti di precisione di sopra indicati. È essenziale di prendere con esattezza le parti proporzionali nelle tavole XII. e XIII, quante volte l'altezza grande corrisponde ad azimut minore di 30° . Le stesse tavole non sono più adatte a far conoscere il valore dell' azimut, anche per approssimazione, se esso sarà al disotto di 15° ; ma in questo caso sarà piccolissimo, e l' azimut corris-

spondente alla piccola altezza potrà esser sempre di 40 a 45 gradi.

Calcolo della latitudine.

62. Non si può ottenere direttamente la latitudine del luogo dove si è osservata la più grande altezza, senza calcolare altre quantità.

1°. Bisogna procurarsi la distanza de' due luoghi che il Sole occupava nel cielo relativamente al meridiano, ed al cerchio dell'orizzonte, quando si sono osservate le altezze, e questa sarà chiamata distanza de' luoghi dal Sole.

2°. Si calcola l'angolo formato dall'arco di cerchio massimo che misura questa distanza col cerchio di declinazione corrispondente alla piccola altezza; ed è il primo angolo al Sole.

3°. Si cercherà il secondo angolo al Sole formato dall'arco della distanza, e dal verticale della piccola altezza.

4°. Questi due angoli sommati insieme, o sottratti l'uno dall'altro faranno conoscere l'angolo che il cerchio di declinazione fa col verticale del Sole all'istante dell'osservazione della piccola altezza, ossia l'angolo di variazione: 5°. infine per mezzo di quest'ultimo angolo si calcolerà direttamente la latitudine, e sarà quella del luogo dove l'altezza più grande è stata osservata.

63. Prima di cominciare i calcoli delle quantità indicate, è necessario di procurarci i dati che devono essere adoperati. Bisognerà subito cercare, per mezzo della longitudine stimata, l'ora di Parigi che corrisponde a' due istanti delle osservazioni di altezza; in segui-

to si prenderà nelle Conoscenza de' tempi la somma delle due declinazioni che si facevano in quell'istante, La metà della somma di queste declinazioni tolta da 90° , se il Sole è nello stesso emisfero del polo elevato, sarà la distanza polare che deve servire nel calcolo. Allorchè il Sole si trova nell'altro emisfero, si aggiugne 90° alla semi-somma delle due declinazioni corrispondenti alle osservazioni d'altezza.

64. L' intervallo del tempo scorso tra le osservazioni, come si ottiene coll'orologio, è lo stesso dell'intervallo che sarebbe stato misurato, se il bastimento avesse cambiata posizione; si supponga in fatti che rimanga immobile, o che si muova con grande celerità, perchè gl' istanti segnati dall' orologio s'iano gli stessi, il tempo scorso sarà sempre eguale alla differenza delle ore corrispondenti a ciascuna delle osservazioni. Ma nel calcolo bisogna impiegare la differenza delle ore che si contavano all'istante delle osservazioni in ciascuno de' luoghi nel quale sono state fatte; perciò bisogna aggiugnere all'ora della piccola altezza la differenza in latitudine di quei due luoghi, ridotta in tempo, se il luogo della piccola altezza è all'Est di quello del grande: bisognerebbe al contrario togliere la differenza in longitudine, se il luogo della piccola altezza era all'Ouest di quello della grande. Si prenderà la differenza che vi è fra l'ora della piccola altezza corretta in questo metodo, e l'ora dell'orologio corrispondente all'altezza grande, e si otterrà un intervallo in tempo, la di cui metà ridotta in gradi sarà il semi-intervallo da impiegarsi nel calcolo. Allorchè le osservazioni sono della stessa specie, cioè quando sono state fatte ambedue la mattina, o la sera, si tolga l'ora la più piccola, che l'orologio segnava all'istante di queste osservazioni, dalla più grande, e si

avrà l'intervallo di tempo che le separa. Se le osservazioni sono di diversa specie, si tolga l'ora corrispondente all'osservazione fatta prima di mezzogiorno dall'ora che corrisponde a quella della sera, aumentata di 12 ore.

65. Le due altezze osservate devono essere corrette dell'abbassamento dell'orizzonte, del semidiametro del Sole, e degli effetti della rifrazione, e della parallasse, a tenore delle regole date: bisogna inoltre applicare un'altra correzione alla piccola altezza per aver riguardo al cammino che il bastimento ha fatto in latitudine nell'intervallo delle osservazioni: tali correzioni si troverano in metodi indicati negli art. 40 e 41.

66. Il moltiplicatore che ha servito per calcolare la correzione della piccola altezza farà conoscere, coll'ajuto della tavola XIV l'azimut che corrisponde a quest'altezza. Si troverà egualmente il moltiplicatore che converrebbe all'altezza grande per avere l'azimut che le corrisponde: bisognerà in seguito paragonare, i due azimut, ed il rapporto dei di loro valori farà giudicare (art. 55 e seg.) se le osservazioni sono state fatte in circostanze favorevoli.

67. Riuniti i dati del calcolo, e che si potrà avere la certezza di trovarvi la precisione che si richiede, si cercherà la latitudine uniformandosi alle seguenti regole.

1°. *Distanza de' luoghi dal Sole.* Si aggiunga il logaritmo del seno della metà dell'intervallo al logaritmo del seno della distanza polare; la somma sarà il logaritmo del seno della semi-distanza dei luoghi dal Sole; se ne prenderà il doppio, e si otterrà l'intera distanza.

2°. *Primo angolo al Sole.* Si aggiunga il lo-

garitmo della cotangente della metà dell'intervallo col complemento del logaritmo del coseno della distanza polare; la somma sarà il logaritmo della tangente del primo angolo al Sole. La metà dell'arco corrispondente sarà la metà del primo angolo al Sole.

L'arco corrispondente al logaritmo della tangente del primo angolo al Sole, deve essere minore di 90° , se la distanza del Sole dal polo elevato è minore di 90° , e deve essere maggiore di 90° , se la distanza polare è maggiore di 90° : così nel primo caso, l'arco che si troverà nelle tavole sarà il primo angolo al Sole, nel secondo bisognerà toglierlo da 180° .

I dati del calcolo di queste due prime quantità sono gli stessi; si disporranno come si vedrà nel quadro qui appresso. Immediatamente dopo d'aver preso il logaritmo del seno della metà dell'intervallo, si prenderà quello della cotangente, che se gli scriverà allato. Si farà lo stesso per la distanza polare, dopo d'aver trovato il logaritmo del suo seno, si prenderà il complemento aritmetico di quello del suo coseno.

3°. *Secondo angolo al Sole.* Si scrivano le une sotto le altre, e nell'ordine seguente l'altezza grande, la piccola altezza corretta, e la distanza de' luoghi dal Sole. Si sommino insieme queste tre quantità, si prenda la metà della di loro somma; e dalla semi-somma se ne tolga l'altezza grande.

Si cerchi in seguito, nelle tavole, il complemento aritmetico del logaritmo del coseno della piccola altezza; ed il complemento aritmetico di quello del seno della distanza de' luoghi dal Sole. Si troverà anche il logaritmo del coseno delle semi-somma, e quello del seno di questa semi-somma meno l'altezza grande. Si sommano i due complementi aritmetici coi

due logaritmi; la metà della loro somma sarà il logaritmo del seno della metà del secondo angolo al Sole; si scriverà questa metà del secondo angolo al sole al disotto di quella del primo, che si è già trovata.

4°. *Angolo di variazione.* Se il Sole passa pel meridiano dal lato del polo abbassato, si prenda la differenza delle due metà del primo, e del secondo angolo al Sole. Nel caso in cui il Sole passa pel meridiano dalla parte del polo elevato, si prenda la di loro somma, si avrà la metà dell'angolo formato dal verticale del Sole, e dal suo cerchio di declinazione, all'istante dell'osservazione della piccola altezza, ossia la metà dell'angolo di variazione.

5°. *Latitudine.* Al disotto della metà dell'angolo di variazione si scriva la distanza del Sole dal polo elevato, ed immediatamente dopo la piccola altezza corretta.

Si tolga la piccola altezza dalla distanza polare, e si prenda la differenza del residuo a 90° , che si scriva disotto la metà di questa differenza.

Si cerchi il logaritmo del coseno della metà dell'angolo di variazione; si aggiunga la metà del logaritmo del seno della distanza polare, in seguito la metà del logaritmo del coseno della piccola altezza, ed in fine il complemento aritmetico del logaritmo del coseno della semi-differenza a 90° . La somma di questi quattro numeri sarà il logaritmo del seno d'un arco.

Si prenderà il logaritmo del coseno di quest'arco, dal quale si toglierà il complemento aritmetico del logaritmo del coseno della semi-differenza a 90° ; il residuo sarà il logaritmo del coseno della

semi-somma della latitudine più 90° . Si radoppi l'arco corrispondente, e dopo d'aver tolte 9 delle diecine e delle centinaja di gradi dal prodotto, si avrà la latitudine del luogo nel quale si è osservata l'altezza maggiore.

E S E M P I O.

Il 17 Luglio 1809, in circa 6. or 40' della mattina, essendo a $43^\circ. 6'$ di latitudine stimata Nord, e $148^\circ. 56'$ di longitudine orientale; allorchè l'orologio segnava 6. or 44'. 20'' si è osservata l'altezza del lembo inferiore del Sole di $21^\circ. 34'. 50''$, ed allorchè lo stesso orologio segnava 11. or 12'. 36'', 6 si è preso una seconda altezza del lembo inferiore, e si è trovata di $65^\circ. 18' 58''$. L'elevazione dell'occhio in queste due osservazioni è di 6. m, 5, ossia 20 piedi. Nell'intervallo di queste due osservazioni la nave s'era avanzata di $25'. 3''$ di grado in longitudine verso l'Ouest, e di $27'. 26''$ in latitudine verso il N. Si domanda la latitudine del luogo dell'altezza grande.

Le regole che sono state date precedentemente bastano per trovare gli elementi del calcolo di questo esempio; e guardando il quadro seguente sarà facile di prender conoscenza delle operazioni da farsi. Noi perciò ci dispenseremo dall'entrare in dettaglio su quest'oggetto, è intanto necessario di osservare che non si è fatto uso di denominazioni ordinarie di prima, e seconda osservazione: si è creduto che quelle di piccola, e grande altezza rendevano l'applicazione delle regole più uniforme, e le distinzioni de' casi più facili a comprendersi.

Si è avuto cura d'indicare nello stesso quadro,

le quantità che devono sommarsi, a quelle da sottrarsi. Allorchè le stesse quantità possono avere, in differenti casi, l'uno, o l'altro segno. Si sono scritte lateralmente le circostanze che determinano il senso nel quale devono essere impiegate. In tal modo col soccorso di questo solo quadro si potranno calcolare tutte le osservazioni, siano qualsivogliano le circostanze nelle quali hanno avuto luogo.



altezze pro

lio 1809.

In vece	Picc. alt.	13°. 40'. 0''
Pic. alt.	Altezza osserv.	55', ossia 9. 54. 0
Piccola	Elevazione 6a	8. 46. 0
Ora dell	Semi-diametro	{ 21°. 11. 55 N.
Ora nel	al S.	{ 21. 10. 0 N.
Intervall	Rifrazione — pa	21. 10. 57 N.
Intervall	al polo elev.	68, 49. 3
Semi-int	Altezza vera d	alt. 43 6, N.
	de alt.	42. 38, 6 N.

Tav. XII. 1.° latitudine 27, 4

Tav. XIII. o. t della differenza in latitudine.

Moltiplicatore
 1 grande azimu. { 1, 37. Arg. 1, 47.
 1. { 0, 53. + 2.



CAPITOLO IV.

Calcolo dell'angolo orario, e dell'altezza d'un astro qualunque.

68. È necessario che si sappia l'ora nel luogo dell'osservazione, come si è veduto, per ottenere la latitudine col mezzo di molte altezze del Sole, prese vicino al meridiano; essa è egualmente essenziale pel calcolo delle longitudini cogli orologi marini, e colle distanze della Luna dal Sole e dalle Stelle: si può dunque riguardare questo problema come uno de' più importanti nell'astronomia nautica. Basterà dare in questo capitolo i mezzi onde procurarsi l'ora vera del bastimento, in seguito si darà il metodo inverso, che consiste nel calcolare l'altezza d'un astro quando si è conosciuta l'ora del luogo. Il calcolo dell'altezza è utile in certi casi, allorché si tratta di trovare la vera distanza di due astri, de' quali si è osservata la distanza apparente. Si farà conoscere l'applicazione di questi due problemi a quelli delle longitudini, ne' seguenti capitoli che sono destinati agli sviluppi de' mezzi che si devono impiegare per calcolare la longitudine cogli orologi marini, e colle distanze.

Calcolo dell' angolo orario.

69. Bisogna in primo luogo ricordarsi ciò che si è detto nel principio di questo trattato, che il giorno astronomico è l'intervallo di tempo scorso tra 'l passaggio del Sole pel meridiano, e'l suo ritorno allo stesso meridiano. Quest'intervallo è diviso in 24 parti, che si chiamano ore, le quali si contano in modo tale, che quando il cerchio di declinazione del sole, in virtù del movimento diurno, ha percorso 15° sull'equatore, si conta un'ora, e quando ha percorso 30° se ne contano due. Ne viene in conseguenza, che quando il Sole ha percorsi 180° sul meridiano, si contano 12 ore, ed infine al momento del suo ritorno allo stesso meridiano, questo cerchio di declinazione ha successivamente percorsi i 360° dell'equatore; ed allora le 24 ore del giorno sono scorse. Le parti del tempo che hanno la stessa denominazione, corrispondono ad uguali parti dell'equatore; possono dunque valutarsi in gradi. Da ciò ne segue che l'ora del luogo è eguale alla differenza d' ascensione retta ch' esiste all'istante proposto, fra'l meridiano celeste di quel luogo, ed il cerchio di declinazione del sole, oppure all' angolo sferico compreso dal meridiano e dal cerchio di declinazione.

70. Da mezzogiorno, o dal momento del passaggio del sole pel meridiano, sino al suo tramontare, ed anche sino al momento che arriva al meridiano distante di 180° da quello del luogo, il cerchio di declinazione s'allontana dal meridiano di quel luogo; in seguito vi si ravvicina sino al ritorno del Sole nello stesso meridiano. Si chiama angolo orario, la più piccola distanza del cerchio di declinazione dal meridiano,

Al principio del giorno astronomico, cioè la sera, l'angolo orario è eguale all'ora stessa; nella mattina, o alla fine del giorno astronomico, l'ora è la differenza dell'angolo orario da 360° o da 24 ore, se si conta il giorno astronomicamente, oppure la differenza da 12 ore, o da 180° , se si conta civilmente. È precisamente quest'angolo che si ottiene direttamente per mezzo del calcolo che noi appresso daremo.

71. L'altezza del sole varia in tutti gl'istanti, mentre quest'astro si trova sull'orizzonte; in conseguenza si può conoscere l'ora, o il suo angolo orario coll'osservazione della sua altezza. Dal sorgere del sole sino al suo passaggio pel meridiano, l'altezza dapprima aumenta con bastante rapidità, in seguito il movimento in altezza successivamente si allenta; infine quando il Sole è sul meridiano, può essere considerato come nullo. Subitocchè il Sole comincia ad abbassarsi sull'orizzonte, il movimento in altezza aumenta nella stessa proporzione che era diminuito prima del passaggio; cioè che i movimenti corrispondenti alla stessa altezza sono sempre eguali tra loro, o possono riguardarsi come tali. Le circostanze nelle quali l'osservazione dell'altezza del sole procura l'angolo orario con maggior precisione, sono quando il movimento in altezza è il più rapido; allorchè il Sole è vicino al meridiano l'osservazione dell'altezza non è più adattata a far conoscere l'angolo orario. La teoria insegna che l'istante del più grande movimento in altezza, è quello del passaggio pel primo verticale, o pur quello per cui l'azimut del Sole è giunto al *maximum*. Bisognerà dunque, che le altezze destinate al calcolo dell'angolo orario sieno prese, quanto è possibile, vicino a quest'istante. Si troverà nella tavola XV. col mezzo della declinazione del Sole,

e della latitudine del luogo, l'altezza, che il Sole deve avere quando è sul primo verticale, o quando è giunto al suo più grande azimut. L'osservazione deve dunque essere fatta, quando il Sole è vicino a giungere all'altezza segnata nella tavola XV.

È essenziale prevenire, che di questa tavola può farsene uso solo quando il sole si trova nell'emisfero dell'osservatore, cioè quando la declinazione, e la latitudine sono della stessa denominazione; poichè nel caso contrario, cioè quando la declinazione e la latitudine sono di denominazione differente, il Sole non può mai giungere sino al primo verticale. In tal caso il momento in cui l'azimut del Sole è il più grande è quello del suo sorgere, e del suo tramontare, le osservazioni dunque dovranno farsi quando il Sole sarà vicino all'orizzonte. Ma non bisognerà far uso delle altezze minori di 6° a 7° ; poichè al disotto di queste altezze le rifrazioni sono molto incerte, e potrebbero cagionare degli errori sensibili sull'ora che risulterebbe dal calcolo.

72. La latitudine stimata è uno de' dati necessari pel calcolo dell'angolo orario; e può essere errata al segno, che questi errori possano influire sul risultamento in una maniera sensibile. Il caso nel quale l'influenza di questo errore è la più piccola che sia possibile ha egualmente luogo quando il Sole passa pel primo verticale, o pure quando è giunto al suo azimut più grande. Si potrà dunque essere sicuro di diminuire l'errore dell'angolo orario, derivante da quello della latitudine, se si seguiranno le regole date relativamente alle circostanze, nelle quali il movimento in altezza è il massimo.

73. In generale, più l'azimut che corrisponde all'altezza osservata si accosta a 90° , il risultamento del

calcolo sarà più preciso. L'errore da temersi sull'angolo orario sarà per lo contrario tanto più grande, per quanto le osservazioni saranno state fatte più vicino al meridiano, e che l'azimut che le corrisponde sarà più piccolo. Ne viene in conseguenza, che l'osservazione dell'altezza non è adattata a far conoscere l'ora del luogo, durante qualche tempo prima del passaggio al meridiano, e durante qualche tempo dopo dello stesso passaggio. Non pertanto i risultamenti saranno sempre precisi, per quanto la sicurezza della navigazione l'esige, se le altezze saranno state osservate prima delle ore $10 \frac{1}{2}$ della mattina, e dopo 1 ora e $\frac{1}{2}$ della sera; allora potrà ottenersi l'ora del luogo fino all'approssimazione di $8''$, o $10''$.

Quando il tempo è coperto non si possono fare sempre le osservazioni nelle più favorevoli circostanze, e può accadere che un'altezza presa tra 10 ore e $\frac{1}{2}$, e mezzogiorno, o pure tra mezzogiorno, ed un ora e $\frac{1}{2}$ della sera, sia ancora adattata a dar conoscenza dell'ora con sufficiente esattezza. In tal caso bisogna che l'azimut corrispondente all'altezza non sia minore di 20° ; ma in quest'ultimo caso l'ora sarà errata di $20''$ a $25''$. Sarà agevole di verificare se l'azimut che corrisponde all'altezza osservata è maggiore di $20''$ per mezzo delle tavole XII, e XIII. Queste tavole dunque hanno il vantaggio di far conoscere la precisione di cui le osservazioni degli angoli orari sono suscettive, del pari che ci hanno già fatto conoscere quella delle latitudini, che si hanno per mezzo di due altezze prese fuori del meridiano. Si cercherà colle regole prescritte negli art. 40 e 41 il moltiplicatore che conviene all'altezza osservata, e si troverà nella tavola XIV. l'azimut che le corrisponde. La grandezza di quest'azimut indicherà qual grado di fiducia si possa avere in un osser-

vazione fatta ne' limiti ne' quali può riescire difettosa. Se l'azimut calcolato è al disotto di 20° . bisogna non tener conto dell'osservazione, nel caso anche che non fosse maggiore di 30° ; e laddove non avesse potuto osservarsi la latitudine, bisognerà regolarsi con circospezione, dietro il risultamento dell'osservazione.

74. Quante volte si vorrà ottenere l'ora del luogo per mezzo dell'osservazione dell'altezza del Sole, si prenderanno le altezze prossime per quanto sia possibile alle circostanze più favorevoli. Si osserveranno molte altezze di seguito, e si scriverà l'ora, il minuto, ed il secondo che corrisponde a ciascuna delle osservazioni. Sarà facile di conchiudere l'ora media che corrisponde all'altezza media; in seguito il calcolo si farà nel modo seguente.

75. Si cerchi primieramente col mezzo dell'ora approssimata del luogo, e della longitudine stimata l'ora di Parigi all'istante delle osservazioni. Quest'ora servirà per trovare nella conoscenza de' tempi la declinazione del Sole, dalla quale si rileverà la distanza dal polo elevato, che deve essere adoperata nel calcolo. E per ottenere l'altezza vera del centro, si facciano all'altezza osservata del lembo inferiore del sole le correzioni che convengono.

Si scrivano nell'ordine seguente l'altezza vera, la latitudine, e la distanza polare: si prenda la somma di queste tre quantità, e la metà di questa somma: in seguito dalla semi-somma si tolga l'altezza vera. Si cerchi nelle tavole il complemento aritmetico del logaritmo del coseno della latitudine, ed il complemento aritmetico del logaritmo del seno della distanza polare. Si aggiungano questi due complementi al logaritmo del coseno della semi-somma, ed al logaritmo del seno della semi-somma meno l'altezza vera,

si avrà un numero di cui la metà sarà il logaritmo del seno della metà dell'angolo orario. Si trovi nella tavola l'arco corrispondente; questo sarà la metà dell'angolo orario contato in gradi. Si dovrà moltiplicare quest'arco per due, per ottenere l'angolo orario; in seguito, per ridurlo in tempo, bisognerà moltiplicare ancora il prodotto per quattro. Il calcolo sarà di molto abbreviato, con moltiplicare subito per otto l'arco trovato nelle tavole; ma si conteranno i minuti secondi del prodotto per terzi, i minuti primi per secondi, ed i gradi per minuti; in tal caso si avrà l'angolo orario del Sole in tempo. Se l'osservazione è stata fatta la sera, quest'angolo orario sarà eguale all'ora del luogo: se è stata fatta la mattina, il suo complemento a 24 ore sarà l'ora contata astronomicamente; ed il suo complemento a 12 ore sarà l'ora civile: ma in quest'ultimo caso si avrà cura d'indicare se l'osservazione è stata fatta la mattina o la sera.

76. L'ora trovata in questo modo si chiama il tempo vero; poichè è immediatamente rilevato dalla posizione attuale del Sole, relativamente al meridiano del luogo dell'osservazione. Il Sole in virtù del movimento diurno della Terra ci dà il giorno e la notte; regola in tal modo il ritorno periodico delle stagioni; è esso che ci offre le divisioni le più rimarchevoli de' tempi, e quelle alle quali siamo obbligati di conformarci negli usi della vita civile.

E S E M P I O

Il 14 Luglio 1792 ad 8.^{or} 18' circa della mattina essendo a 5.° 55' 45'' di latitudine Sud; ed a 152°. 3' di longitudine orientale, si sono fatte le seguenti osservazioni, dalle quali si vuol rilevare l'ora del luogo. L'elevazione dell'occhio era di 4^m, 27.

Ore dell'orologio.

8. ^{or} 8'. 48''	{	Som. alt. S.	172°. 46. 20''
9. 19		Alt. med. S.	28. 47. 43
10. 3, 5		Abbass.	— 3. 40
11. 7	{		28°. 44'. 3''
12. 8		Sem. dia. S.	+ 15. 47
12. 58			
			28°. 59'. 50''
Somma 64'. 23'', 5	{	Rif.—parall.	— 1. 36
Or. med. 8 ^{or} 10. 43, 9		Altex. vera	28°. 58'. 14''

L'ora di Parigi rilevata dall'ora approssimata del luogo dell'osservazione, e dalla longitudine, è 10.^{or} 10'. La declinazione corrispondente è 21°. 39'. 30''. N: siccome il Sole si trova in un emisfero differente da quello dell'osservatore, vi si devono aggiugnere 90°, e la distanza del Sole dal polo elevato sarà di 111.° 39'. 30''

È inutile nel calcolare l'angolo orario di prendere le parti proporzionali per secondi, in conseguenza si aggiungeranno a' tre dati del calcolo, oppure se ne toglierà il numero de'secondi neccessario, acciò i logaritmi delle linee trigonometriche che gli corrispondono si trovino direttamente nelle tavole. Bisognerà anche aver l'attenzione di praticare in questi errori dati i

piccoli cambiamenti di cui si è parlato, dimodochè le decime della di loro somma potessero essere un numero pari, come si vedrà

Altezza vera $S. 28^{\circ}. 58'. 10''$

Latitudine $5 : 55 . 40$ Com. cos. 0.0023285

Dist. polare $111 . 39 . 30$ Com. cos. 0.0317968

Somma $146^{\circ}. 33'. 20''$

$\frac{1}{2}$ Somma $73 . 16 . 40$

cos. 9.4589882

$\frac{1}{2}$ Som.Alt. $44 . 18 . 30$

sen. 9.4841785

Somma 19.3372920

$\frac{1}{2}$ Somma sen. 9.6686460

Semi-angolo orar. $27^{\circ}. 47'. 30''$

Moltiplicando per 8

Se l'oss. è stata fatta la sera Ang.or. $3^{\text{or}} 42'. 20''$

Se l'osservazione è stata fatta la mat-

tina, se ne tolga in 12^{or} $8^{\text{or}} 17'. 40''$

Ora dell'orologio $8 \quad 10 . 43 , 9$

L'orologio ritardava di $0^{\text{or}} 6'. 56'' , 1$

L'ora dell'orologio è minore dell'ora del luogo di $6', 56'', 1$; l'orologio ritardava di questa quantità dal tempo vero. Se l'ora dell'orologio era stata la massima, la differenza delle due ore sarebbe stata l'avanzamento sul tempo vero.

77. L'ora si può anche ottenere per mezzo dell'altezza d'una stella. Bisognerà seguire le regole già date sulle osservazioni dell'altezza del Sole, tanto per profittare delle circostanze favorevoli, che pel calcolo dell'angolo orario. In questo caso, l'angolo orario della stella sarà la differenza in ascensione retta, che esiste nell'istante dell'osservazione tra il meridiano

celeste del luogo, ed il cerchio di declinazione della stella. Essendo conosciuta l'ascensione retta del cerchio di declinazione d'una stella, o l'ascensione retta della stella medesima, sarà facile di rilevare l'ascensione retta del meridiano. Ecco come vi si giugnerà. Se l'altezza del Sole è stata osservata all'Ouest del meridiano, si aggiunga il suo angolo orario alla sua ascensione retta ridotta in tempo; la somma sarà l'ascensione retta del meridiano. Se l'altezza è stata osservata all'Est, si tolga al contrario l'angolo orario dall'ascensione retta, ed il residuo sarà l'ascensione retta del meridiano. Si tolga in seguito l'ascensione retta del Sole da quelle del Meridiano, e si avrà la differenza dell'ascensione retta del Sole e del Meridiano, ossia l'ora del luogo. Si trova nella Conoscenza de' Tempi, in vece dell'ascensione retta del Sole, la distanza dell'equinozio dal Sole, che n'è il complemento a 360° , ossia 24 ore; bisognerà dunque, per avere l'ora del luogo, aggiungere questa quantità all'ascensione retta del meridiano: se la somma è maggiore di 24 ore, se ne toglieranno 24 ore. La distanza dell'equinozio dal Sole deve essere calcolata per l'ora di Parigi conclusa dall'ora approssimata del luogo d'osservazione, de al'a sua longitudine. Nel caso in cui l'ora che risulta dal calcolo differisca d'una quantità maggiore di 5' dall'ora approssimata del luogo, si calolerà di nuovo la distanza dell'equinozio dal Sole, e si avrà una second' ora molto più precisa della prima. Si potrebbe giugnere all'ultimo grado d'esattezza col terzo calcolo della distanza dell'equinozio dal Sole; ma il secondo avrà sempre una sufficiente precisione.

E S E M P I O

Il 20 Maggio 1810 a 10^{or} $\frac{1}{2}$, essendo a 21^o. 11' di latitudine Sud, ed a 30^o. 6' di longitudine occidentale, si sono osservate le altezze d'Antares (*). L'ora media dell'orologio era 9^{or}. 43'. 55'', e l'altezza media 59^o. 22'. 30''.

L'elevazione dell'occhio di 6 metri. Si domanda l'ora vera dell'osservazione.

L'ora di Parigi corrispondente all'ora del luogo è 12^{or}. 15'.

La declinazione d'Antares è di 25^o. 59'. 57'' Sud; la sua distanza dal polo elevato 64^o. 0'. 3''. L'ascensione retta di 244^o. 27', ed in tempo 16^{or}. 17'. 48''. la distanza dell'equinozio dal Sole di 20^{or}. 11'. 56'', 7.

Altezza apparente di Antares. 59^o. 22'. 30''

Elevazione 6 metr. Abbassamento — 4. 21

59^o. 18'. 9''

Rifrazione 0. 34

59^o. 17'. 35''

Altezza vera d'Antares

Altezza vera della Stella 59. 17'. 40.

Latitudine 21. 11. 0 com.cos.0.0463398

Distanza polare 64. 0. 0 com.sen.0.0468398

Somma 144^o. 28'. 40''

$\frac{1}{2}$ Somma 72. 14. 20 cos.9.4843696

$\frac{1}{2}$ Somma—Alt. 12. 56. 40 sen.9.3502600

Somma 18.9113536

(*) Stella fissa di prima grandezza, ch'è nel cuore dello Scorpione

	Semi-somma-sen.	9.4556 768
Semi angolo	Orario.	16°. 35'. 30"
	Moltiplicando per	8
	In tempo	{ 2 ^{or.} 12'. 41"
Ascensione retta della Stella		{ 16. 17. 48
L'A.all'E.Diff.	{ Asce ns. retta del Merid.	14 ^{or.} 5' 4"
L'A.all'O.Som.		
Distanza dell' Equinozio dal S.	20.	11. 57
Somma, ora del luogo	10 ^{or.}	17' 1"
Ora dell' orologio	9	43. 55
L'orol. ritardava sul tem. ver.	0 ^{or.}	33'. 6"

L'ora che risulta dal calcolo non ritarda che di 2' sull'ora approssimata del luogo; ed è inutile di calcolare una seconda volta la distanza dell'equinozio dal Sole.

Calcolo dell'altezza degli astri

78. Questo problema è l'inverso dal precedente. Nel primo si trova l'angolo orario d'un astro coll'osservazione della sua altezza; in questo bisogna calcolare l'altezza per mezzo dell'angolo orario: bisogna dunque primieramente conoscere l'ora del luogo. Quando si vuol calcolare l'altezza del Sole, il suo angolo orario è ben facile a ritrovare. È eguale all'ora vera, se l'altezza deve essere pomeridiana; ed è eguale al complemento dell'ora vera a 24 ore, o a 12 ore, nel caso che l'altezza si prendesse la mattina, ossia, prima di mezzogiorno. Ma quando si tratta d'ottenere l'altezza della luna, o d'una stella, bisogna calcolare l'angolo orario nel modo seguente.

79. Si cerchi, per mezzo della longitudine, l'ora di

Parigi corrispondente all' ora del luogo , e si prenda nella Conoscenza de' tempi la distanza dell' equinozio dal sole. Si tolga questa distanza dall' ora del luogo aumentata se bisogna di 24 ore, e si avrà l' ascensione retta del meridiano. La differenza che si prenderà tra l' ascensione retta del meridiano , e l' ascensione retta della stella , o della luna , che si sarà calcolata per l' istante nel quale si chiede d' avere l' altezza , sarà l' angolo orario della luna , o di questa stella per l' istante proposto. Si cerchi in seguito nella Conoscenza de' tempi , quale sarebbe la declinazione della Luna , o della stella allo stesso istante , e se nè rileverà la distanza dal polo elevato. L' angolo orario , la distanza polare , e la latitudine sono tre dati indispensabili al calcolo da farsi nel modo seguente.

80. Si scriva in primo luogo l' angolo orario , e se ne prenda la metà ; al di sotto di questa metà si metta la distanza dell' astro dal polo elevato , ed immediatamente dopo la latitudine. Si sottragga in seguito la latitudine dalla distanza polare , e si prenda la differenza del residuo da 90° ; si scriva dopo la metà di questa differenza. Si trovi nelle Tavole il logaritmo del coseno della metà dell' angolo orario ; si scriva poi la metà del logaritmo del seno della distanza polare , e la metà del logaritmo del coseno della latitudine , si prenda infine il complemento aritmetico del logaritmo del coseno della semi-differenza a 90° . La somma di questi quattro logaritmi sarà il logaritmo del seno dell' angolo ausiliario ; si scriverà al disotto il logaritmo del coseno di quell' angolo ausiliario , e se ne toglierà il complemento aritmetico del logaritmo del coseno della semi-differenza da 90° . Il residuo sarà il logaritmo del coseno della semi-somma di 90° più l' altezza ; si raddoppierà l' arco che le corrispon-

de, e dopo d'aver tolto 9 delle decime, e delle centesime di grado, si avrà l'altezza vera che si cercava.

81. Allorché è stato impossibile d'osservare le altezze degli astri, di cui s'è misurata la distanza, si calcolerà con questo metodo; queste servono come si vedrà qui appresso a correggere questa distanza dagli effetti della rifrazione, e della parallasse. Un minuto d'errore sull'altezza calcolata non può avere che una insensibile influenza sulla distanza vera; si potranno dunque trascurare i secondi facendo il calcolo, e si prenderanno i logaritmi solo con cinque decimali. Si farà qui appresso l'applicazione delle precedenti regole ad un calcolo d'altezza d'una stella, e per un astro dell'altezza della Luna.

E S E M P I O. I.

Il 19 Giugno 1793, essendo a 9° . $45'$. $50''$ di latitudine Sud, ed a 148° . $43'$ di longitudine orientale; quando un orologio marcava 3^{or} . $41'$. $5''$, 5 si è trovato coll'osservazione delle altezze del Sole che ritardava nel tempo vero di 1^{or} . $21'$. $34''$, 3. Si domanda qual'era l'altezza d'Antares quando lo stesso orologio segnava 6^{or} . $8'$. $10''$, 8. Tra queste due epoche il Bastimento aveva corso per $1'$ verso il Nord, e di $4'$ in longitudine verso l'Est.

Ora dell'orologio 6^{or} . $8'$. $10''$, 8

L'orologio ritarda (s'aggiunga) 1^{or} . $21'$. $34''$, 3

Tempo vero 7^{or} . $29'$. $45''$, 1

Il luogo dell'osservazione si trova a $4'$
all'E di quello della 1^a osservaz., o $16''$
di tempo. Si aggiunga. $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} + 16''$

Tempo vero del luogo dell'altezza. 7^{or} . $30'$. $1''$, 1

Ora approssimata di Parigi	21 ^{or.} 35'
Tempo vero del luogo dell'altezza	7 ^{or.} 30'. 1'', 1'
Distanza dell'equinozio dal S. <i>(si tolga)</i>	18. 6. 54 , 6

Ascensione retta del meridiano. 13^{or}. 23'. 6'', 5
in gradi 200°. 46' 38''.

Ascensione retta d' Antares	244.	11.40
Angolo Orario	}	43°. 25'. 2"
Antares all'Est del merid.		

Latitudine del luogo dell'altezza $S.$ $9^{\circ} . 44' . 50''$

Declinazione d' Antares 25. 57 . 30. SDistanza dal Polo elevato 64. 2. 30.

Semi-angolo orario $21^{\circ}. 43'$ cos. 9.96803

Distanza polare 1 64. 3 $\frac{1}{2}$ sen. 4.97692

Latitudine } 9. 45 } cos. 4.99684

Distanza polare—Latitud. $54^{\circ}, 18'$

Differenza a 90° .	35. 42
-----------------------------	--------

Semi-differenza a 90° . 17. 51 com. cos. 0,02143

Sen. ang. aus. 9,96322

Cos. ang. aus. 9,59627

(Cos. ang. ausil. — com. cos. $\frac{1}{2}$ differenza) cos. 9, 57484

$$\frac{\pi}{8} (90^\circ + \text{altezza}) \quad 67^\circ. 56$$

(Doppio—90°.) Altezza vera della Stella. 45 . 52

E S E M P I O II.

I dati essendo gli stessi come nell'esempio precedente, si domanda qual'era l'altezza della Luna nello stesso istante.

Ora approssimata di Parigi	21°. 35'
Ascensione retta del meridiano	200°. 46'. 38"
Ascensione retta della <i>L</i> .	208 . 7
Angolo orario della <i>L</i> . all' E.	7°. 20' . 22
Declinazione della <i>L</i> .	7. 25 . S.
Distanza dal polo elevato	82. 35 .
Semi-angolo orario.	3°. 40' cos. 9.99911
Distanza polare	{ 82. 35 $\frac{1}{2}$ sen. 4.99817
Latitudine	{ 9 45 $\frac{1}{2}$ cos. 4.99684
Distanza polare—Latit.	72°. 50'
Differenza da 90°.	17. 10
Semi-differenza da 90°.	8. 35 com.cos.0,00489
	Sen.ang.aus. 9.99901
	Cos.ang. aus.8.82888
(cos. ang. ausil.—com. cos. $\frac{1}{2}$ differenza)	cos. 8.82399
$\frac{1}{2}$ (90° + l'altezza)	86°. 10'
(Doppio—90°) Altezza vera della stella.	82 . 20



CAPITOLO V.

*Metodi per regolare gli orologi Marini,
e di adoperarli per determinare le Lon-
gitudini.*

82. La differenza delle longitudini di due luoghi qualunque, essendo eguale alla differenza delle ore che si contano nello stesso istante, in questi due luoghi; se s'imbarca un orologio che abbia un movimento regolare, e che possa conservare l'ora del luogo d'onde si è partito, quest'orologio farà conoscere l'ora di questo luogo in tutti gl'istanti consecutivi. Ma le osservazioni delle altezze del Sole faranno conoscere anche l'ora de' differenti luoghi ne' quali si sta negl'istanti medesimi; ne viene in conseguenza che gli orologi possono egualmente far conoscere la differenza in longitudine ch'esiste fra'l luogo d'onde si è partito, e ciascuno dei luoghi ne' quali si osservano le altezze, oppure la longitudine assoluta, se si è potuto verificare l'avanzo, o il ritardo dell'orologio sull'ora del primo meridiano. Questa proprietà degli orologi marini gli ha fatto dare il nome di *guarda-tempi*.

Si sa bene ch'è impossibile d'ottenere che un orologio conservi esattamente l'ora del porto donde si è partito; intanto la perfezione degli orologi è giunta al segno, che si possa supporre senza tema di grandi errori, che ogni giorno se ne allontana colla stessa differenza.

In tal modo conosciuta che sarà questa quantità, si può far uso dell'orologio per determinare le longitudini. Si darà qui appresso il metodo di trovare la quantità di cui un orologio s'allontana ogni giorno dall'ora della partenza; ed in seguito si parlerà del modo di calcolare la longitudine.

Metodi per regolare gli orologi marini.

83. Finora si è insegnato il metodo di paragonare l'ora di un orologio col tempo vero, ossia all'ora che si rileva immediatamente dalle osservazioni.

Si è veduto che le parti di tempo della stessa denominazione essendo misurate dalle parti eguali dell'equatore, che il cerchio di declinazione del Sole descrive durante la rivoluzione diurna della terra, perciò 24 ore corrispondono sempre a 360° , ed $1^{\text{or.}}$ a 15° . La Terra impiega sempre lo stesso tempo a fare la sua rivoluzione, ed il suo movimento intorno al suo asse è uniforme: da ciò, se il sole restasse immobile, o pure se il suo movimento in ascensione retta fosse uniforme, è chiaro che le parti eguali dell'equatore sarebbero sempre percorse in eguali spazj di tempo dal cerchio di declinazione del Sole. Ma i cambiamenti in ascensione retta sono soggetti alle ineguaglianze del Sole nella sua orbita, e non possono essere gli stessi negli stessi intervalli di tempo: dal che risulta, che le suddivisioni del tempo vero, che hanno la stessa denominazione, non devono essere eguali fra di loro. Queste disuguaglianze derivano anche dacchè le parti eguali dell'ecclittica intercette fra' due cerchi di declinazione, non differiscono sempre della stessa quantità dalle parti dell'equatore, che sono intercette fra gli

tessi cerchi: l'arco dell'ecclittica è più grande di quello dell'equatore quando i due cerchi di declinazione sono vicini ai punti equinoziali; ed è al contrario più piccolo, quando i cerchi di declinazione sono vicini a' solstizj. Da queste due cause d'ineguaglianze che si combinano fra di loro ne risulta, che in certi tempi dell'anno, due giorni veri presi consecutivamente differiscono di una quantità molto sensibile; e siccome il loro aumento, o la loro diminuzione ha luogo progressivamente, ne segue che le ore del tempo vero non sono eguali fra di loro: avvien lo stesso pe' minuti, e pe' secondi. Alla fine di dicembre i giorni veri differiscono pe' mezzo minuto; ma ordinariamente le differenze sono meno considerevoli, e diventano quasi insensibili sugl'intervalli di due o tre ore: è questa la ragione per la quale si è trascurato di tenerne conto, quando si trattava di calcolare l'angolo orario di un astro, e l'ora che deve segnare a mezzogiorno un orologio, ch'è stato paragonato col tempo vero nel corso della mattina, o della sera. Ma non deve ciò aver luogo quando si tratta di regolare un orologio marino destinato a dare la longitudine.

84. Il meccanismo degli orologi è stato immaginato in modo da poter comunicare alle rote, ed alle sfere un movimento uniforme per quanto è possibile; queste sfere devono dunque descrivere sul quadrante angoli eguali in tempi eguali. Il paragone delle ore segnate da un orologio col tempo vero, di cui gl'intervalli corrispondenti sono disuguali non è adattato per dare un'idea della regolarità de' suoi movimenti. Gli astronomi che rapportano le posizioni di tutti gli astri a quelle delle stelle fisse, paragonano il movimento de' pendoli, e degli orologi ad un movi-

mento uniforme preso immediatamente nella natura , e fanno uso del tempo sidereo.

Il *giorno sidereo* è l'intervallo di tempo scorso fra 'l passaggio d' una stella pel meridiano , ed il suo ritorno allo stesso meridiano. Le stelle essendo fisse , ed il movimento della terra intorno al suo asse essendo uniforme, i cerchi di declinazione, delle stelle devono percorrere sull'equatore archi eguali in tempi eguali ; le ore del tempo sidereo , e le altre suddivisioni sono perciò sempre eguali fra loro, e possono dare un'idea della regolarità de' movimenti d' un pendolo , o di un orologio.

85. I Marini fanno quasi tutte le loro osservazioni sul Sole ; e quando osservano gli altri astri , riferiscono le loro posizioni a quelle del Sole. Essi sono dunque obbligati di paragonare i movimenti degli orologi marini ad un altro movimento uniforme , che più si avvicinasse al movimento effettivo , in virtù del quale il cerchio di declinazione del sole percorre l'equatore. Questo movimento è puramente fittizio , o artificiale ; non esiste in natura , ed è stato ritrovato (come si vedrà) per una ipotesi molto ingegnosa.

Si è supposto , che un cerchio di declinazione , partendo nello stesso momento del Sole , dal punto nel quale quest' astro comincia la sua rivoluzione , si muova uniformemente sull' equatore , e ne percorra la circonferenza nel tempo stesso che il Sole impiega a percorrere l' eclittica. Questo cerchio di declinazione immaginario deve avanzare tutt' i giorni sull' equatore dall' Ouest all' Est di $59^{\circ}. 8''$: ma si conosce bensì la quantità di cui il cerchio di declinazione del Sole s' avvanza in realtà ; la posizione dunque della declinazione immaginaria relativamente al cerchio di declinazione reale è conosciuta in tutti gl'istanti. Inoltre i teux-

pi scorsi fra'l suo passaggio da un meridiano, ed il suo ritorno allo stesso meridiano, saranno sempre eguali fra loro; e le parti eguali dell'equatore che percorrerà in virtù del movimento diurno, corrisponderanno sempre ad eguali intervalli di tempo. Il tempo che si rileva dalla posizione che deve avere sull'equatore, supposto questo cerchio di declinazione, si chiama *tempo medio*, per distinguerlo dal *tempo vero*, che deriva immediatamente dalla posizione reale del Sole; il tempo medio avrà su di quest'ultimo il vantaggio di poter servire alla verifica de' movimenti di un orologio marino.

86. L'ora contata in tempo medio è eguale all'arco dell'equatore compreso fra il meridiano del luogo, ed il cerchio di declinazione del tempo medio, quest'arco deve essere contato come quello del tempo vero, dall'Est andando all'Ouest. La differenza del tempo vero dal tempo medio è eguale all'angolo formato dal cerchio di declinazione reale del Sole, e da quello del tempo medio, o dall'arco dell'equatore compreso fra questi due cerchi; cioè è eguale alla differenza che vi è tra l'ascensione retta del Sole, e la sua ascensione retta media. Questa differenza è quella che chiamasi *equazione del tempo*. Il movimento del cerchio di declinazione del tempo medio è qualche volta più rapido, e delle volte più lento di quello del cerchio di declinazione del Sole; vi saranno dunque delle epoche nelle quali avanza, e delle altre nelle quali ritarda. Allorchè avanza bisogna aggiugnere l'equazione del tempo all'ora vera che si ottiene direttamente colle osservazioni; quando il cerchio di declinazione del tempo medio ritarda, si deve al contrario sottrarre l'equazione del tempo dall'ora vera, e si avrà il tempo medio corrispondente.

L'equazione del tempo varia in ogn' istante ; si trova ordinariamente nell'Effemeridi per tutt' i giorni a mezzodì. Ma nella Conoscenza de' tempi , in vece dell' equazione del tempo , si è inserita l' ora che un pendolo , o un orologio regolato sul tempo medio deve segnare all'istante del passaggio del sole pel meridiano.

Questa quantità vi si trova designata sotto la rubrica di *tempo medio a mezzogiorno vero* ; e vi si trova per tutt' i giorni all'istante in cui si conta il mezzogiorno vero al Osservatorio di Parigi: sarà facile di calcolarla per ogni altro istante colle regole date nel primo capitolo.

Quando il tempo medio avanza sul tempo vero, il numero che si trova nella Conoscenza de' tempi è eguale all'equazione del tempo ; e deve essere aggiunto all' ora che si rileva col calcolo dell' angolo orario , quante volte si vuol conoscere il tempo medio. Quando poi il tempo medio ritarda sul tempo vero, l'equazione del tempo deve sottrarsi ; ma in tal caso il tempo medio a mezzogiorno vero è il suo complemento a 12 ore ; e per avere il tempo medio , bisognerà egualmente aggiungere la quantità che si trova nella Conoscenza de' tempi all' ora che risulta dal calcolo dell'angolo orario: ed in tal caso sarà necessario di togliere 12 ore dalla somma. In seguito di ciò che si è detto, sarà facile di conoscere la ragione delle due seguenti regole.

87. Quando si conosce il tempo vero corrispondente ad un'istante qualunque , e che si voglia ottenere il tempo medio che corrisponde allo stesso istante , si aggiunga all' ora proposta il tempo medio al mezzo giorno vero.

Se si conosce il tempo medio , bisogna al contrario toglierne il tempo medio al mezzogiorno ve-

ro, e si avrà il tempo vero corrispondente allo stesso istante.

88. Le altezze del sole destinate a regolare un orologio marino devono essere prese vicino, per quanto è possibile, all'istante ove quest'astro passa pel primo verticale, cioè di quello dov'è giunto all'altezza segnata nella Tavola XV. Nel caso che il sole non si trovi nello stesso emisfero dell'osservatore, si cominceranno a prendere le altezze subito che sarà almeno a 7° al disopra dell'orizzonte. Allora gli errori della latitudine stimata, e quelli dell'altezza avranno la minore influenza possibile sull'ora calcolata. Si prenderanno sei altezze di seguito; si scriverà l'ora, il minuto, ed il secondo corrispondente ad ogni osservazione, e si rileverà l'altezza media apparente che corrisponde all'ora media delle osservazioni. Il calcolo dell'angolo orario deve farsi giusta il metodo dato coll'art. 75; esso darà il tempo vero corrispondente all'ora media dell'orologio. Bisogna aggiungere al tempo vero il tempo medio a mezzogiorno vero, preso nella Conoscenza de' tempi per l'ora approssimata di Parigi; e si avrà il tempo medio corrispondente, dal quale sarà facile di rilevarsi l'avanzamento, o il ritardo dell'orologio sul tempo medio nell'istante delle osservazioni.

Si supponga che uno o molti giorni dopo della prima osservazione, si prendano delle nuove altezze; bisognerà calcolare nello stesso modo il tempo medio corrispondente all'ora media delle seconde osservazioni, e se ne rileverà l'avanzamento, o l'ritardo dell'orologio sul tempo medio per l'epoca in cui queste osservazioni hanno avuto luogo.

Se l'avanzamento, o il ritardo dell'orologio, trovato colle seconde osservazioni, è lo stesso di quel-

lo ritrovato colle prime, ciò proverà che nell'intervallo l'orologio ha seguito esattamente il tempo medio. Ma se l'avanzamento delle seconde osservazioni è maggiore di quello delle prime, il movimento dell'orologio sarà stato più accelerato di quello del tempo medio, e la differenza de' due avanzamenti sarà la quantità di cui l'orologio ha avanzato nell'intervallo. Se l'avanzamento delle seconde osservazioni fosse risultato minore, l'orologio avrebbe ritardato nello stesso intervallo d'una quantità eguale alla differenza de' due avanzamenti rilevati dal calcolo degli angoli orari. Nel caso in cui l'orologio si fosse trovato in ritardo sul tempo medio, un aumento nel ritardo delle prime osservazioni indicherebbe che l'orologio ha ritardato fra le due epoche in cui le osservazioni hanno avuto luogo; ma una diminuzione nel ritardo annunzierebbe al contrario che l'orologio ha avanzato sul tempo medio. Subito che si conosce l'avanzamento, o il ritardo d'un orologio nell'intervallo delle osservazioni, si calcolerà il suo avanzamento, o il suo ritardo fra le 24 ore nel seguente modo. Quest'ultima quantità è quella che chiamasi la variazione diurna d'un orologio, ossia più semplicemente il suo cammino. Si farà questa proporzione, l'intervallo delle osservazioni sta all'avanzamento, o al ritardo in quest'intervallo, come 24 ore stanno alla variazione diurna, che si otterrà moltiplicando il secondo termine per 24, e dividendo per l'intervallo delle osservazioni. Eccone un esempio.

È essenziale di osservare che nel calcolo dell'angolo orario bisogna tener conto de' secondi di grado, e prender delle parti proporzionali per ottenere i logaritmi delle linee trigonometriche che devono entrare in questo calcolo.

E S E M P I O

Il 29 Marzo 1793, nel porto di Tongatabou, essendo a 21° , $7'$, $35''$ di latitudine Sud, ed a 177° , $33'$, $14''$ di longitudine occidentale, si sono prese nella mattina varie altezze del lembo inferiore del Sole. L'ora media dell'orologio marino era 7° , $34'$, $28''$, 99: l'altezza media apparente del centro del sole era 19° , $23'$, $13''$, 4.

Si calcolerà colle regole date nell'art. 75 il tempo vero corrispondente, e se ne conchiuderà nel seguente modo l'avanzamento, o il ritardo assoluto dell'orologio sul tempo medio.

Tempo vero delle osservazioni	$7^{\text{or.}}$, $29'$, $0''$, 89
Tempo medio a mezzo giorno vero	o. $4'$, $54''$, 23

Tempo medio delle osservazioni	$7^{\text{or.}}$, $33'$, $55''$, 12
Ora dell'orologio.	7. $34'$, $28''$, 92

Il 29 Marzo alle ore $7\frac{1}{4}$ l'orologio

avanzava sul tempo medio di o. $0'$, $33''$, 70

Nella mattina del 7 Aprile, essendo nello stesso luogo si sono fatte altre osservazioni. L'ora media dell'orologio era $7^{\text{or.}}$, $57'$, $3''$, 23; l'altezza apparente del centro del Sole era 23° , $26'$, $20''$. Si farà come nella precedente osservazione.

Tempo vero delle Osservazioni	$7^{\text{or.}}$, $53'$, $31''$, 32
Tempo medio a mezzogiorno vero	o. $2'$, $10''$, 98

Tempo medio delle Osservazioni	$7^{\text{or.}}$, $55'$, $45''$, 30
Ora dell'orologio	7. $57'$, $3''$, 23

Il 7 Aprile a 7 ore $53'$ l'orologio

avanzava sul tempo medio, ossia
 il giorno 6 a 19^{or.} 53'. 0^{or.} 1' 20'', 93
 Il 29 Marzo a 7^{or.} $\frac{1}{2}$ avanzava di o. o. 33, 70

In 9 giorni l'orologio ha avanzato di o' 47'', 23
 In 24 ore di + 5'', 24

89. Quante volte il Vascello è sull'ancora, e che l'orizzonte non si trova limitato dalla terra, le altezze destinate per calcolare la variazione diurna di un orologio, possono essere osservate con un sestante, o con un cerchio di riflessione. Le osservazioni devono essere fatte prossimamente al passaggio pel primo verticale, o vicino all'istante dell'azimut più grande, e la latitudine dell'ancoraggio si può avere con grande precisione. Non ostante tutte queste precauzioni, bisognerà dubitare dell'ora del luogo, potendosi incorrere in qualche errore di 3'' a 4'', e qualche volta anche maggiore. Non bisognerà dunque limitarsi ad una sola serie composta di sei sole altezze, come si pratica ordinariamente in mare. Sarà utile di osservare tre, o quattro serie, allora sarà sperabile che l'avanzo medio, o il ritardo dell'orologio sia esatto a 2'' o 3'' di differenza. L'avanzo, o il ritardo dello stesso orologio nell'intervallo delle osservazioni potrà essere soggetto ad un errore che sarà doppio di queste quantità, cioè di 4'' o 6''; quest'errore avrà luogo, quando gli errori delle osservazioni del primo, e del secondo giorno avranno il di loro più gran valore, ed agiranno in senso opposto. Bisognerà in questo caso che l'intervallo delle osservazioni sia più di sei giorni, affinchè l'errore probabile della variazione diurna sia minore di un secondo. Quest'errore è abbastanza considerevole, e per correggerlo bisognerà servirsi de' mezzi qui appresso indicati.

90. Il fatto ha dimostrato che lo stesso osservatore misura tutte le altezze o un poco più grandi, o un poco più piccole; derivando gli errori da questo difetto di colpo d'occhio, accaderanno dunque nello stesso senso sopra tutte le altezze; ma quelle che avranno influito in un senso sull'ora delle osservazioni della mattina, influiranno in senso contrario sull'ora delle osservazioni della sera. In conseguenza gli errori più grandi avranno luogo sull'avanzamento, o sul ritardo rilevato dal paragone del risultamento d'un osservazione fatta la mattina, col risultamento d'un osservazione fatta la sera; ed in quel caso converrà paragonare i risultamenti delle osservazioni della mattina, e quelli della sera, sempre fra di loro. L'errore probabile dell'avanzo o del ritardo in tal modo calcolato, non sarà più che di circa 3'', ed al termine di sei giorni si potrà contare d'aver ottenuto la variazione diurna ad un mezzo secondo di differenza. Il risultamento sarebbe anche più preciso quando si prendesse una quantità tra la variazione diurna risultante dalle osservazioni della mattina, e quelle della sera. Accadrà precisamente il contrario riguardo all'avanzamento, o al ritardo assoluto dell'orologio: l'ultimo giorno delle osservazioni, il quale deve servire, egualmente che la variazione diurna, a calcolare la longitudine: bisognerà prendere dunque una quantità medesima fra il risultamento delle osservazioni della mattina e quelle della sera. In tal caso gli errori che possono agire in senso contrario su questi due risultamenti, non potranno influire sull'avanzo, o il ritardo dell'orologio che per la metà della loro differenza.

91. Quando non si può vedere l'orizzonte del mare, bisogna allora far le osservazioni a terra. Il miglior mezzo senza dubbio è quello di prendere le al-

tezze col cerchio ripetitore a livello, la di cui descrizione e l'uso può leggersi nel primo volume dell'Astronomia Fisica del Signor Biot. Ma lo scopo di questo Trattato è quello di far conoscere il partito che può ricavarsi dagl'istrumenti a riflessione; e si parlerà da noi d'un nuovo strumento che le rende adatte per rilevare le altezze del Sole, quando non si può vedere l'orizzonte del mare. Si fa uso in quel caso d'un orizzonte artificiale. Il pezzo principale di questo strumento è uno specchio tondo, e piano ch'è incastrato in un cerchio di ottone sostenuto da tre piedi a vite, il quale serve a situare orizzontalmente lo squadro. La superficie inferiore di questo specchio è grezza ed annerita, affinchè l'immagine del Sole possa essere riflessuta soltanto dalla superficie superiore, la quale deve essere accuratamente polita, ed esattamente piana: si è evitato con questo mezzo l'errore che potrebbe derivare dal difetto di parallelismo delle due superficie. L'orizzonte artificiale tal quale si è descritto deve essere fermato sopra di una tavola molto solida, o sul terreno; in seguito si mette un livello sulla superficie superiore dello specchio, e si vanno movendo le viti de'piedi per situare lo strumento. Quando in tutte le posizioni che si possono dare al livello, si osserva che la bolla d'aria resta nel centro dell'apertura dell'astuccio d'ottone nel quale è incastrata l'ampolla, si è certo che la superficie dello specchio è in un piano orizzontale.

Si supponga ora che i raggi diretti dal Sole cadano su di questo specchio; saranno riflessuti in modo che l'angolo d'incidenza sia eguale a quello di riflessione; e poichè la superficie dello specchio è in un piano orizzontale, questi due angoli saranno eguali all'altezza del Sole. L'immagine che si presenterà all'occhio per

mezzo de' raggi riflettuti, comparirà abbassata al di sotto del piano orizzontale per una quantità eguale all' elevazione dell'immagine diretta. Così l'angolo formato da' raggi che partono dall'occhio dell'osservatore, e vanno a terminare da una parte all'immagine del Sole riflettuta dallo specchio, e dall'altra parte alla sua immagine diretta, sarà il doppio dell'altezza. Si potrà misurare quest'angolo con uno strumento a riflessione, col prendere la distanza dell'immagine diretta dall'immagine riflessa; cioè facendo coincidere nel campo della lente, l'immagine riflessa dallo specchio grande dello strumento con quella ch'è riflessa dall'orizzonte artificiale. Mettendo in contatto i lembi di queste due immagini che sono più vicini, si avrà il doppio dell'altezza del lembo inferiore del Sole; e se si mettono in contatto i lembi più lontani, si otterrà il doppio dell'altezza del lembo superiore. Farà uopo dunque di osservare alternativamente la distanza de' lembi più vicini, e de' più lontani, ed in tal caso si avrà direttamente l'altezza apparente del centro del Sole, dividendo la somma d'un numero pari d'altezze pel doppio del numero delle osservazione. Le altezze del Sole vicine al meridiano, e l'altezza meridiana possono essere osservate con un orizzonte artificiale; ma siccome gli angoli misurati col mezzo di questi strumenti sono doppi delle altezze, l'uso n'è perciò limitato. L'orizzonte artificiale non può servire quando il Sole si trova a più di 63' d'altezza; poichè gli strumenti a riflessione non possono misurare angoli maggiori di 126 gradi.

*Trovare la longitudine per mezzo degli
Orologi marini.*

92. Gli orologi marini, come si è detto, conservano una regolarità ne' loro movimenti tale da poter supporre, senza tema di grandi errori, che sono uniformi durante qualche tempo. Ciò che significa lo stesso di supporre che la variazione diurna osservata nel porto delle partenze, resta sempre la stessa durante il corso della navigazione, che segue immediatamente all'epoca in cui sono state fatte le osservazioni. Per far sì, che il movimento degli orologi si allontani da questa supposizione quanto meno è possibile, bisogna prendere le più grandi precauzioni per garantirli dalle scosse, ed anche da' movimenti estranei che potrebbero alterare la durata delle oscillazioni del bilanciere che gli serve di regolatore. La prima legge che bisogna dunque imporsi, è di non portarli mai indosso. Si è osservato che un orologio regolato cambiava il suo movimento passandolo da una situazione verticale ad un'altra orizzontale. Sarebbe utile di metterli in un sito dove il Sole non penetra giammai, per evitare i cambiamenti frequenti, ed istantanei della temperatura. Si farebbe anche meglio di situarli vicino al centro di gravità del vascello, affinchè i movimenti avessero meno influenza sul moto del bilanciere. Quando si vorranno osservare le altezze, o le distanze, si farà uso d'un buon orologio a secondi, che bisognerà paragonare coll'orologio marino prima di fare le osservazioni, ed il paragone darà l'ora di quest'orologio che deve corrispondere all'ora media delle osservazioni. Bisognerà fare un secondo paragone dopo d'aver osservato, per verificare

se il movimento dell'orologio a secondi non è stato alterato durante il tempo delle osservazioni. Quante volte si saranno prese tutte queste precauzioni, si potrà sperare che i movimenti degli orologi s'iauo stati regolari per quanto è possibile, e che le longitudini saranno fra limiti di precisione da non lasciar dubitare della sicurezza della navigazione.

93. Subitocchè si conosce l'avanzamento, o il ritardo assoluto d'un orologio sul tempo medio d'un luogo qualunque, e la sua variazione diurna, è facile di conchiuderne il suo avanzamento, o il suo ritardo assoluto sul tempo medio dello stesso luogo per rapporto ad un'epoca posteriore a quella in cui quest'orologio è stato regolato. Si supponga d'aver fatto da mare delle osservazioni d'altezze del Sole per ottenere la longitudine col mezzo d'un orologio marino; si calcolerà il suo avanzamento, o il suo ritardo assoluto sul tempo medio del luogo nel quale è stato regolato, col metodo seguente.

Se l'orologio avanzava sul tempo medio, e che si fosse riconosciuto che avanza anche tutt'i giorni d'un certo numero di secondi, si aggiunga all'avanzamento assoluto il prodotto di questo numero di secondi moltiplicato pel numero di giorni e di frazioni di giorno scorse fra le due epoche delle osservazioni: se la variazione diurna si trova al contrario in ritardo, si tolga questo prodotto dall'avanzamento assoluto osservato nel luogo dove l'orologio è stato regolato, si avrà l'avanzamento assoluto corrispondente all'epoca proposta.

Nel caso in cui l'orologio fosse stato in ritardo, bisognerebbe aggiugnere a questo ritardo il prodotto de' ritardi diurni moltiplicato pel numero di giorni, e delle frazioni di giorno scorsi fra le due epoche delle

osservazioni: si toglierebbe al contrario dal ritardo assoluto il prodotto dell'avanzamento diurno per lo stesso numero di giorni, e si otterrebbe il ritardo assoluto dell'orologio sul tempo medio del luogo in cui è stato regolato, per l'epoca proposta.

Si tolga in seguito l'avanzamento assoluto dall'ora media corrispondente all'altezza media, oppure si aggiunga il ritardo assoluto su di questa stessa ora, e si avrà il tempo medio che si doveva contare all'istante dell'osservazione dell'angolo orario nel luogo dove l'orologio è stato regolato. Si tolga (*art. 87*) il tempo medio a mezzo giorno vero da quest'ora, il residuo sarà il tempo vero corrispondente. Il calcolo dell'angolo orario farà conoscere il tempo vero del vascello; la differenza di queste due ore sarà eguale alla differenza in longitudine, che vi è fra il luogo dove trovasi il vascello, e quello dove l'orologio fu regolato, che si ridurrà in gradi colle regole conosciute. Il Bastimento sarà all'Est, se l'ora risultata dal calcolo dell'angolo orario è la massima, sarà all'Ouest al contrario s'è la più piccola.

Infine si aggiunga questa differenza in longitudine alla longitudine del luogo dove l'orologio è stato regolato, oppure si tolga dalla longitudine dello stesso luogo scondocchè il Bastimento è all'Est, o all'Ouest; e si avrà la longitudine del Bastimento contata dal primo meridiano, ossia da quello di Parigi. Quando l'orologio è stato regolato sul primo meridiano, la differenza tra l'ora vera ottenuta coll'orologio, e l'ora che risulta dal calcolo dell'angolo orario, dà direttamente la longitudine del Bastimento.

Latitudine stimata	Shaimodou, nel porto di Tonga-
Longitudine stimata	L'orologio fu
Somme delle altezze	177° . 38.' 14" Occ.
Altezza media del	11or. 50. 13
Elevaz. dell'occhio	0 . 23. 19
	0 . 23. 57
Residuo	0 . 24. 42
Semi-diametro	0 . 25. 21
	0 . 26. 58
	0 . 27. 42
Rifrazione—para	
Alt. vera del centro	151. 59
Altezza sul T M	0 . 25. 19, 83



I
latitu
di lo
time
logi
alte
do
log
su
lo
r

E S E M P I O

Il 15 Aprile 1793 essendo a $19^{\circ}. 51'. 20''$ di latitudine Sud, ed in seguito della stima, a $167^{\circ}. 40'$ di longitudine orientale, cioè 8 giorni dopo delle ultime osservazioni fatte a Tongatabou per regolare l'orologio marino (*si veggia* §. 88), si sono osservate le altezze del lembo inferiore del sole a circa $20^{\circ}. 46'$ dopo mezzogiorno per ottenere la longitudine coll'orologio marino. L' elevazione dell' occhio al disopra della superficie del mare era di $6^m, 17$, ossia 19 piedi. La longitudine del porto di Tongatabou è di $177^{\circ}. 33'. 14''$ occidentale.

Sarebbe inutile di entrare ne' dettagli del calcolo di quest' esempio; la tavola qui accanto indicherà tutte le quantità da impiegarci, secondo l'ordine più adattato, e più proprio a facilitare le operazioni; ed essa basterà per far conoscere il metodo di cui si deve fare uso per tutti gli altri calcoli dello stesso genere.

94. Si deve osservare, che per ottenere giornalmente l'avanzamento, o il ritardo assoluto dell' orologio sul tempo medio del luogo dove è stato regolato, bisogna aggiugnere successivamente all' avanzamento, o al ritardo trovato per mezzo delle osservazioni, oppure sottrarne, la variazione diurna dell' orologio. La quantità che si deve sommare, o sottrarre ogni giorno, è dunque la somma di tutte le variazioni diurne de' giorni precedenti; da quel momento poi in cui il movimento dell' orologio cambia, la variazione diurna che s'impiega, comprende un errore, che deve giornalmente influire con tutto il suo valore sulla longitudine rilevata dall' ora dell' orologio. Dopo qualche tempo gli errori della longitudine sono eguali alla somma di tutti gli

errori delle longitudini osservate ne' giorni precedenti. Per conseguenza gli orologi marini possono dare con grande precisione solo le differenze in longitudine de' luoghi dove si sono fatte le osservazioni, rapportandole ad epoche molto vicine le une alle altre.

Sono per questa cagione impiegati utilmente nella costruzione delle carte marine, ed in tal caso fanno conoscere le posizioni relative in longitudine di tutti quei luoghi che sono situati sulle carte. Ma quando servono negli usi ordinarij della navigazione, cioè per calcolare la distanza nella quale si sta da una terra dove si vuole avvicinare; sarebbe un'imprudenza il fidarsi interamente, ed è indispensabile di paragonare le longitudini ottenute cogli orologi marini, con quelle che si rilevano dalle osservazioni delle distanze della luna dal sole, e da altre stelle: queste ultime devono essere comprese ne' limiti d'una precisione conosciuta, e sono adattatissime a far conoscere se gli orologi hanno conservata la stessa regolarità ne' loro movimenti, e quanta fiducia debba riporsi nelle longitudini che si rilevano, senza compromettere la sicurezza del Bastimento.

95. Il metodo di procurarsi le longitudini cogli orologi marini è forse quello che ha maggiormente contribuito ai progressi dell'Idrografia, e della Geografia. Basta dare un'occhiata sulle osservazioni astronomiche pubblicate al seguito delle relazioni de' grandi viaggi francesi, ed inglesi fatti dopo il primo viaggio di Cook: si vedrà quanta utilità se n'è ricevuta. Intanto non si può dissimulare che questi orologi, d'una utilità generalmente riconosciuta, possono essere soggetti subitaneamente, e senza che se ne assegnassero le cagioni, a degli sconcerti le di cui conseguenze potrebbero divenire funeste, se si trascurasse d'impiegare gli altri mezzi che l'astrologia nautica somministra per cono-

scere la posizione del vascello, sembra dunque impossibile, e sarebbe anche pericoloso di correggere, dopo qualche tempo gli errori che possono esservi nelle longitudini. La regolarità de' movimenti di molti orologi di cui finora s'è fatto uso, può contribuire a confermare la loro utilità in generale, nè deve temersi di dire che un orologio non può essere paragonato a se medesimo. Abbenchè tutte le probabilità sieno in favore degli orologi sperimentati, sarebbe troppo azzardato il dire, che un orologio il di cui movimento è stato sempre regolare continuerà ad essere lo stesso, quandocchè l'umidità maggiore, o minore, ed i gradi estemi di temperatura dell'aria possono contribuire ad alterarlo. È necessario dunque di verificare le longitudini degli orologi coll'osservazione delle distanze della Luna dal Sole, e dalle Stelle.

Gli orologi marini il di cui movimento è stato il più regolare hanno dato generalmente la longitudine colla differenza di quasi meno d'un mezzo grado, dopo una navigazione di tre mesi. L'orologio n°. 14 del Signor *Luigi Berthoud*, che ha servito nel viaggio del Contro-Ammiraglio *Signor d'Entrecasteaux*, ha sempre dato la longitudine del Vascello a circa un quarto di grado di differenza, anche alla fine d'una navigazione di più di tre mesi. Ma questa sorprendente precisione, che in gran parte deve essere attribuita alla regolarità de' movimenti dell'orologio suddetto, può anche derivare dagli errori delle longitudini, i quali hanno potuto essere tali da compensarsi l'un coll'altro. In generale i buoni orologi marini, come quelli di cui si è fatta parola conservano un movimento regolarissimo per quasi due anni dopo che sono usciti dalle mani dell'orologiajo; ma dopo questo tempo, gli olj

cominciano a condensarsi, ed han bisogno d'essere rinnovati; nel qual caso il movimento si altera successivamente d'una piccola quantità, e tende ordinariamente a prendere de' gradi d'acceleramento.

Mezzi di correggere la longitudine ottenuta per mezzo degli orologi marini.

96. Servendosi degli orologi marini per dirigere la rotta di un bastimento, e riconoscere una costa, le osservazioni che si fanno nel tempo che si sta all'ancora sono utili soltanto per far conoscere la variazione diurna che deve essere impiegata a trovare le longitudini nella traversata che segue. Ma se si è determinata la posizione geografica di alcuni luoghi, di cui si è avuta conoscenza in una traversata qualunque, in quel caso la variazione diurna esservata stando all'ancora, e nel tempo che le succede, può servire in certi casi a correggere la longitudine di questi luoghi, e renderla anche molto più precisa. Queste correzioni sono indispensabili, quando la variazione diurna è alterata d'una quantità considerevole nell'intervallo delle osservazioni fatte per regolare l'orologio. Qui appresso si darà il mezzo di calcolare queste osservazioni.

97. Si supponga d'essersi conosciuto, per mezzo delle osservazioni astronomiche, che la variazione diurna d'un orologio marino non fosse la stessa di quella trovata nella partenza. Si calcoli in primo luogo la differenza in longitudine che deve esservi fra il porto donde si parte, e quello dove si va ad ancorare, colla variazione diurna osservata immediatamente prima della partenza: in seguito si prenda la metà della somma delle due variazioni diurne, e si calcoli la stessa differenza in longitudi-

dine con questa variazione diurna, che può chiamarsi media. Il risultato del secondo calcolo sarà la differenza in longitudine corretta; e la quantità di cui essa sarà maggiore o minore della prima, sarà la correzione da farsi a questa prima differenza in longitudine: questa correzione deve poi regolare tutte le correzioni da farsi nelle altre longitudini osservate durante la traversata in questione. Si osservi se si deve situare il porto di ancoraggio all'Est, o all'Ovest della posizione che gli era stata assegnata col calcolo fatto per mezzo della variazione diurna trovata nel porto della partenza; e tutte le altre correzioni dovranno essere impiegate nello stesso senso.

Si cerchi nella Tavola XI, in corrispondenza al numero ch'esprime quello de' giorni scorsi dacchè l'orologio è stato regolato la prima volta, un altro numero intitolato, *moltiplice della differenza seconda*; si divida in seguito, servendosi de' logaritmi, la correzione della longitudine del porto d'arrivo per questo numero, e si avrà la differenza seconda delle correzioni di tutte le longitudini osservate durante la traversata. Si troverà la correzione delle altre longitudini moltiplicando questa differenza seconda pel moltiplice corrispondente al numero ch'esprime la quantità di giorni scorsi dall'epoca della correzione dell'orologio sino a quella in cui si è osservata la longitudine della quale si vuol calcolare la correzione. Queste regole saranno però chiare col seguente esempio.

E S E M P I O

Si è trovato nel §. 88 che l'avanzamento diurno dell'orologio suddetto n°. 14 era a Tongatabou di $+ 5^{\text{or}}, 24$ il 6 aprile 1793 a $19^{\text{or}} 53' 31'', 44$ ultimo giorno delle osservazioni, l'orologio avanzava sul tempo medio di Tongatabou di $0^{\circ}. 1.' 20'', 93$. Da Tongatabou si è giunto al porto di Ballade; e si sono fatte in questo porto delle nuove osservazioni per conoscere la variazione diurna dello stesso orologio: essa è stata trovata di $+ 8^{\text{or}}, 56'$. Il 22 Aprile, primo giorno delle osservazioni in Ballade, l'orologio avanzava sul tempo medio di questo porto di $10^{\text{or}}. 24'. 23'', 71$.

Variazione diurna trovata a Tongatabou. $+ 5'', 24$

Variazione diurna trovata a Ballade $+ 8, 56$

Somma. $13'', 80$

Semi-somma. Variazione diurna media. $+ 6, 9$

Differenza in longitudine tra il porto di Tongatabou, e quello di Ballade, per la prima variazione diurna $+ 5'', 24$ $20^{\text{or}}. 24'. 34''$

Differenza in longitudine colla variazione diurna media $20. 17. 55.$

La differenza in longitudine deve essere diminuita, ed il porto di Ballade essere più all'Est di $6'. 39''$

Si domanda la correzione della longitudine osservata il 17 aprile a $7^{\text{or}}.34''$.

Correzione della longitudine di Balade dopo 16 gior. $6'. 39''$, ossia $399''$.

Log. 2. 60097

Moltiplice della Tav. XI. corrispondente a 16. gior. 1361, comp.

Log. 7. 86646

Log. costante. o. 46743

Dal 16. Aprile al 17 vi sono 11. gior.

Moltip. 66. Log. 1. 81954

Somma. 2. 28697

Correzione della longitudine del 17 Apr. $3'. 14''$

La correzione della longitudine del 17 deve situare il luogo dell'osservazione più all'Est; poichè Balade deve trovarsi egualmente all'Est della posizione calcolata colla variazione diurna trovata a Tongatabou.

Si calcolerà la correzione della longitudine degli altri giorni della stessa traversata, aggiungendo al logaritmo costante, il logaritmo del moltiplice della Tavola XI., che corrisponde al numero de' giorni scorsi dal 6 Aprile sino all'epoca nella quale è stata osservata la longitudine che si vuole correggere.

98. È indispensabile di correggere in tal modo le longitudini osservate alla fine d'una lunga traversata, durante la quale la variazione diurna ha sofferto cambiamenti. Le correzioni delle longitudini nel principio, saranno sempre molto piccole, e per conseguenza meno necessarie; ma le correzioni delle longitudini osservate in una lunga traversata devono essere sempre molto incerte, e le posizioni determinate col di loro mezzo sono suscettive d'essere men rettificcate che i risultati delle distanze.

Si supponga che dopo d'una traversata di tre mesi siasi riconosciuto che la variazione diurna dell'orologio abbia cambiato di molti secondi; allora la longitudine corretta del primo, e dell'ultimo mese, possono essere considerate come approssimanti alle longitudini vere; ma le longitudini corrette del secondo mese devono essere sempre riguardate come molto dubbie.

~~—~~

CAPITOLO VI.

Trovare la longitudine per mezzo delle distanze della Luna dal Sole, e dalle Stelle.

99. Il metodo delle distanze della Luna dal Sole, e dalle stelle è generalmente riconosciuto per essere il migliore di tutti quelli che possono adoperarsi in mare per trovare la longitudine. Si è già detto che doveva servire per verificare le longitudini ottenute per mezzo degli orologi marini, e che non v'era altro mezzo per riconoscere la regolarità de' di loro movimenti; bisogna dunque riguardarlo come quello, che ci ha dato la soluzione del problema delle longitudini, di cui tutti gli scienziati, e gli astronomi dell'Europa s'erano da lungo tempo occupati. La precisione de' risultamenti che si ottengono col metodo delle distanze, deriva dalla precisione colla quale si può rilevare la posizione che la luna deve avere nel cielo in tutti gl'istanti. Devesi la lentezza de' progressi colla quale questo metodo ha progredito sul principio, alla complicazione della teoria del moto della Luna, ed alle difficoltà che gli astronomi avevano sempre incontrate quando ne volevano calcolare le ineguaglianze. *Tobia Mayer*, coll'ajuto di questa teoria, e delle osservazioni, costruì delle tavole che han servito a predire il luogo della Luna con un'esattezza sufficiente alla sicurezza della navigazione.

Dall'epoca della loro pubblicazione si sono inserite in tutte l'Effemeridi le distanze della Luna dal Sole, e da alcune principali stelle, ed i marini essendo stati messi nel caso di riconoscere l'utilità delle osservazioni delle distanze, hanno cominciato a farne uso. Malgrado le somme accuratezze praticate per la perfezione di queste tavole, la di loro precisione non era ancora sufficiente.

In fine il Signor *Laplace* nel sottoporre di nuovo i movimenti della Luna al calcolo dell'analisi, vi ha scoperto delle ineguaglianze, che finora erano sfuggite a tutte le ricerche, e ci ha procurato il mezzo di dare al metodo delle distanze l'ultimo grado di perfezione ch'era possibile.

Coll'ajuto delle tavole del Sole del Signor *Delambre*, e delle tavole della Luna calcolate dal Signor *Bürg*, in seguito della teoria del Signor *Laplace*, entrambe pubblicate dal Burò delle Longitudini, è possibile di prendere le distanze, e di ricavarne le longitudini con una precisione alla quale poco si sperava di giugnere, allorchè in origine si voleva introdurre questo metodo nella pratica. La perfezione che gli artisti han saputo dare a' sestanti, e l'invenzione del cerchio di riflessione hanno non poco contribuito a vantaggiarlo: nell'attuale stato di cose i marini non possono fare a meno di servirsi d'un osservazione che può far conoscere la di loro posizione sul globo colla differenza di qualche lega, e che somministra ad essi il modo di ricavare dagli orologi marini il massimo vantaggio che se ne può sperare.

100. Lo scopo del metodo delle distanze è di far conoscere per un istante qualunque la vera distanza della Luna dal Sole, o da una stella, per ricavarne l'ora che in quell'istante contavasi sul primo meridiano;

può ottenersi l'ora del luogo che corrisponde allo stesso istante coll'osservazione dell'altezza del sole; conosciute che saranno queste due ore, la loro differenza in gradi è eguale alla longitudine.

101. Le altezze degli astri sembrano maggiori di quel che dovrebbero essere a causa delle rifrazioni celesti; le altezze del Sole e della Luna sembrano più piccole per l'effetto della parallasse di questi due astri. Da queste due cause riunite deve risultare, che le distanze osservate non sono eguali alle distanze vere, converrà dunque correggerle delle rifrazioni e della parallasse per ottenere una distanza vera, per ricavare l'ora del primo meridiano. Si è detto nell'art. 29, che le altezze degli astri sembrano più grandi per effetto della rifrazione, e nell'art. 33, che la quantità di cui sembrano più piccole per causa della parallasse dipende dall'altezza apparente di questi stessi astri; onde per conoscere il valore assoluto di queste quantità, bisogna misurare le altezze di due astri nel momento in cui si osserva la distanza; o pure trovare il mezzo di rilevare le altezze coll'ajuto del calcolo. Ecco l'oggetto di cui sarà trattato più appresso. Si parlerà in seguito del calcolo della distanza vera; ma lo scopo di questo trattato essendo quello di dare tutti i mezzi per fare i calcoli dell'astronomia nautica col semplice ajuto della Conoscenza de' tempi, e d'una tavola di logaritmi a sette decimali, si darà il metodo generalmente conosciuto sotto il nome di *metodo di Borda*; esso è il più breve di cui si possa far uso servendosi delle tavole de' logaritmi ordinarij.

*Mezzi per prendere le Altezze degli astri,
allorchè se ne osserva la distanza.*

Per osservare la distanze senza orologio marino , e senza orologio a secondi . bisogna che vi siano tre osservatori : mentre uno di loro misura la distanza , gli altri due devono prendere le altezze ; con questo mezzo si ottengono simultaneamente per mezzo di tre osservazioni la distanza , e le due altezze che le corrispondono . Ma de' tre dati la distanza è quella ch'esige maggior psecisione , poichè gli errori della medesima possono molto influire sul risultato più di quelli delle altezze ; bisogna dunque che gli osservatori che prendono altezze , conducano ciascuno un astro sull' orizzonte , ed usino la diligenza di seguire i suoi movimenti colla vite di richiamo dello strumento , in modo che uno de' suoi lembi sia costantemente in contatto con questo cerchio .

Nell' istante in cui quello che osserva la distanza avrà fatto coincidere il lembo del sole , o d' una stella con uno de' lembi della Luna , avvertirà i su i due cooperatori , e questi misureranno le due altezze sui loro strumenti , nello stesso momento che si è osservata la distanza . Si scriveranno separatamente le due altezze , e la distanza , se quest' ultima è stata osservata con un Sestante .

Almeno quattro operazioni in tal modo fatte sono indispensabili , ma potendolo bisognerà farne sei .

Nel caso poi che la distanza fosse osservata con un cerchio di riflessione , si conterà l' arco percorso dalla linguetta alla fine dell' ultima osservazione , e si avrà direttamente la somma delle distanze osservate .

La somma delle altezze di ciascuno de' due astri ,

e quella delle distanze essendo divise pel numero delle osservazioni, faranno conoscere le altezze medie corrispondenti alla distanza media.

E S E M P I O

Il 16. Giugno 1793 ad 1^{or.} $\frac{1}{2}$. dopo mezzogiorno, essendo a 10°. 16'. 40''. di latitudine Sud, ed a 149°. di longitudine orientale stimata, si sono osservate se distanze de' lembi i più vicini del Sole, e della Luna, e negli stessi momenti di queste osservazioni si sono misurate sei altezze del lembo inferiore del Sole, e sei altezze del lembo superiore della Luna.

Altezze del S.

Altezze della L.

48°. 49'

26°. 56'

48. 28

27 . 27

48. 18

27 . 51

48, 6

28 . 8

47. 57

28 . 22

47. 47

28 . 37

Somma 289°. 25'

Somma 167°. 21

Sesta parte 48. 14. 10''

Alt.oss.L. 27°. 53'. 30''

Rettif.dell'ist. + 2. 0

Alt. Osser. S. 48°. 16'. 10''

Somma delle distanze S. L.

500°. 40'. 40''

Dist. osser. S. L. 83 . 26. 46

103. La difficoltà di seguire esattamente il movimento degli astri colla vite di richiamo degli istrumenti, contribuisce a rendere meno precise queste osservazioni in paragone di quelle nelle quali l'osservatore non conta l'altezza dell'astro, che quando ha la certezza d'aver fatto una buona osservazione. Non si potrà esser certi delle altezze degli astri, a meno di circa 2'; e qualche volta gli errori possono giungere fino a 3'. Questi errori non avranno mai grande influenza sulla distanza vera; ma siccome bisogna calcolare l'ora del luogo dell'osservazione coll'altezza del Sole, essi potranno averne una sensibile sulla longitudine. Ecco perchè bisognerà costantemente, che l'altezza del Sole sia presa da un osservatore molto esercitato in questa specie d'osservazioni, e con uno strumento bene rettificato.

104. Quando vi sarà un orologio marino, o pure un orologio a secondi, sarà preferibile il metodo più appresso indicato. Si tenga conto dell'ora, del minuto, e del secondo in cui si è fatta ciascuna osservazione di distanza; si otterrà una distanza media, che corrisponde all'ora media. Qualche istante prima delle osservazioni, si prendano una o più altezze di ciascuno delle due astri de' quali si vuole misurare la distanza, e si tenga egualmente conto dell'ora corrispondente a queste altezze. Subito dopo l'osservazione delle distanze, si prendano delle nuove altezze de' due astri; la differenza dell'altezza osservata prima della distanza, e quella fatta dopo, darà il movimento in altezza d'ogni astro nell'intervallo delle osservazioni, il quale deve essere eguale alla differenza delle ore che corrispondono alle altezze.

Si prenda in seguito la differenza dell'ora delle prime osservazioni d'altezze, dall'ora media corrispondente alla distanza media, e si avrà un secondo in-

tervallo; di cui si calcolerà per mezzo delle parti proporzionali il movimento in altezza che le corrisponde. Si aggiunga quest' ultimo movimento in altezza alla prima altezza osservata, se l' astro s' innalza sull' orizzonte, si sottragga al contrario dalla prima altezza, se l' astro si abbassa, e si avrà l' altezza corrispondente all'istante della distanza media. L' esempio seguente renderà più chiare queste regole.

E S E M P I O

Il 17 Giugno 1793 a 4^{or}. 32' della sera, essendo a 9°. 57' di latitudine Sud, ed a 148°. 50' di longitudine orientale, si sono fatte le seguenti osservazioni della distanza della Luna dal Sole, e delle altezze di questi due astri, con un orologio a secondi. L' elevazione dell' occhio era di 6^m. 17.

Ore delle distanze

1 ^{or} . 48'. 55"	}	Sem. delle dist. S. L. 571°. 2'. 6'
49. 55		
51. 2	}	Distanza media. 95. 10. 20
52. 34		
53. 53		
54. 51		

Somma 311' 10"

Ora media 1^{or}. 51' 51", 8

	Ore	Altezze S.
1 ^a . Osservazione	1 ^{or} . 49'. 25''	32°. 21'. 30''
2 ^a . Osserv.	1 . 54 . 22	31 . 22.
1 ^{mo} . intervallo.	0 ^{or} . 4'. 57''	Diff. 0°. 59'. 30''
Ora della prima osservazione		1 ^{or} . 49'. 25''
Ora della distanza		1. 51. 51
2 ^{do} . intervallo.		0 ^{or} . 2'. 26''
1 ^{mo} . int. 4'. 57'' : 1 ^{mo} . camb. in alt. 59'. 30'' :: 2 ^{do} . int. 2'. 26'' : x		
1 ^{mo} . cambiament. in altez. 59'. 30''		log. 3.55267
1 ^{mo} . intervallo 4'. 57''		com. log. 7.52724
2 ^{do} . intervallo. 2. 26		log. 2.16435
		log. x. 3.24426
x, ossia 2 ^{do} . combiamen. in altezza		0°. 29'. 15''
1 ^{ma} . altezza del S.		32 . 21 . 30
Il S. discende. Differenza. Altezza del S.		31°. 52'. 15''

	Ore	Altezze L
1 ^a . Osservazione	1 ^{or} 51'. 2''	40°. 45'
2 ^a . Osservazione	1 . 52 . 34	41 . 5
1 ^{mo} . intervallo	0 . 1'. 32''	Differ. 0°. 20'
Ora della prima osservazione		1 ^{or} . 51'. 2''
Ora della distanza		1. 51. 51
2 ^{do} . intervallo.		0 ^{or} . 0'. 49''
1 ^{mo} . int. 1'. 32'' : 1 ^{mo} . camb. in alt. 0°. 20' :: 2 ^{do} . inter. 0'. 49'' : x		
1 ^{mo} . cambiamento in altezza 0°. 20'		log. 3.07918
1 ^{mo} . intervallo 1'. 32''		com. log. 8.03621
2 ^{do} . intervallo 0'. 49		log. 1.69020
		log. x. 2.80559

x , ossia 2 ^{do} cambiamento in altezza.	0°.10'.39"
1 ^{ma} . altezza della Z .	40.45. 0
La Z . ascende. Somma ... Altezza della Z .	40'.55'.39"

105. Le osservazioni possono essere fatte in tal modo da un solo osservatore; ma sarebbe vantaggioso, che colui il quale osserva le distanze avesse un collaboratore per misurare le altezze, e principalmente quelle del Sole. Queste ultime hanno l'inconveniente di stancare molto la vista, allorchè il sole non è molto elevato; dappoicchè i suoi raggi di luce fanno spesso risplendere l'orizzonte con tanta forza, che bisogna far uso d'un vetro colorato per indebolirlo. Le altezze possono essere prese 7' a 8' prima dell'osservazione delle distanze, o pure 7' ad 8' dopo; intanto è essenziale di far osservare che le altezze corrispondenti alla distanza saranno di tanto più precise, per quanto le altezze saranno state prese più vicine all'istante in cui questa distanza ha dovuto aver luogo. Bisogna anche che l'ora media corrispondente alla distanza media, sia fra le ore che corrispondono alle due altezze osservate. Quante volte si sarà tutto ciò esattamente praticato, le altezze rilevate per mezzo delle parti proporzionali avranno una precisione quasi eguale a quella delle altezze rilevate per mezzo dell'osservazione.

106. Allorchè l'orizzonte visuale si trova limitato dalla terra, nella direzione d'uno degli astri de' quali si misura la distanza, avendo un orologio a secondi bisogna procurare di conoscere il suo avanzamento, o il suo ritardo sul tempo vero, per mezzo d'un osservazione d'altezza fatta quando il Sole corrispondeva ad uno de' punti dell'orizzonte, dove il mare sembrava

libero. In tal caso si calcolerà l'altezza dell'astro colle regole date negli art. 79 ed 80.

107. Si è già fatta parola della difficoltà che si sperimenta nell'osservare le altezze delle stelle, ed anche quelle della Luna in tempo di notte. Gli errori di 5' a 6' di cui si è detto ch'erano suscettive non avranno grande influenza sulla distanza vera dalla luna da una stella; perciò, volendo, si possono osservare le altezze per correggere la distanza. Ma siccome un errore di 5' a 6' potrebbe in certi casi cagionare sull'angolo orario un errore di 30'' di tempo, e qualche volta anche di più, non dovrà mai calcolarsi l'ora del luogo per mezzo dell'altezza d'una stella. Si deve, per supplirvi, calcolare l'avanzo, o il ritardo dell'orologio sul quale si sono contate le ore corrispondenti alle distanze, per mezzo d'una osservazione dell'altezza del Sole presa nella sera precedente alle osservazioni delle distanze, o nella mattina che segue; allora per mezzo del cammino fatto in longitudine, si potrà conoscere l'ora del luogo nel quale si sono osservate le distanze.

In questo caso, si può tralasciare l'osservazione delle altezze de' due astri, poichè esse si avranno più precisamente col calcolo che con l'osservazione. Questo metodo è stato raccomandato dal Signor Borda nel suo Trattato del Cerchio a riflessione, ed è appunto quello da praticarsi. Negli art. 79 ed 80 si trovano già esposti i dettagli più circostanziati per le operazioni da farsi per calcolare le altezze degli astri.

Calcolo della distanza vera, e dell' ora di Parigi.

108. Dopo d'aver ottenuto le altezze corrispondenti alla distanza media con uno degl' indicati metodi, bisogna procedere al calcolo della distanza vera, e dell' ora di Parigi, uniformandosi alle seguenti regole. Il seguente esempio riguarderà il caso nel quale le altezze si sono avute direttamente per mezzo dell' osservazione; in seguito si farà conoscere, con un secondo esempio, il metodo da praticarsi, allorchè le altezze vere de' due astri, di cui s'è misurata la distanza, si sono avute per mezzo del calcolo.

109. Si calcoli primieramente l' ora di Parigi corrispondente all' istante delle osservazioni, per mezzo dell' ora approssimata, o dell' ora vera del luogo, e della longitudine stimata; si cerchi in seguito nella Conoscenza de' tempi il semi-diametro, che in quest' istante deve avere il Sole e la Luna. Si troverà nella Tavola II. l' aumento del semi-diametro della Luna corrispondente alla sua altezza, e si avrà il suo semi-diametro apparente. Si cerchi ancora la parallasse equatoriale che aveva luogo nell' istante dell' osservazione, e la tavola III. farà conoscere per mezzo della latitudine la quantità di cui bisogna diminuirla per ottenere quella che conviene al luogo dell' osservazione. Questi primi dati serviranno per trovare la distanza apparente de' centri del Sole, e della Luna, oppure la distanza apparente della Stella dal centro della Luna, come bensì le altezze apparenti, e le altezze vere de' centri de' due astri.

110. Dopo d'aver prese le distanze della Luna

dal Sole, l'osservazione dà sempre la distanza de' lembi più vicini di questi astri; in quel caso bisogna che il semi-diametro del Sole, e quello della Luna siano sommati alla distanza osservata. Se si sono prese le distanze della Luna da una Stella, l'osservazione fa conoscere la distanza di questa stella dal lembo illuminato della luna, il quale delle volte è più vicino, ed altre volte più lontano; bisogna dunque rimarcare nell'atto dell'osservazione, qual'è il lembo di cui si è osservata la distanza. Quando si è misurata quella del lembo più vicino, bisogna, come s'è detto nella regola precedente, sommare il semi-diametro apparente della luna colla distanza osservata; ma se si è misurata la distanza della Stella dal lembo il più lontano dalla Luna, bisogna sottrarre da questa distanza il semi-diametro apparente di quest'ultimo astro. La distanza così trovata è appunto quello che chiamasi *distanza apparente*.

111. Si correggano in seguito le altezze osservate, dell'abbassamento dell'orizzonte, e se si tratta del Sole, o della Luna, del semi-diametro dell'uno, o dell'altro di questi due asti, e si avrà l'altezza apparente della stella, o del sole, e l'altezza apparente della luna. Si cerchino poi le rifrazioni, e le parallassi che corrispondono a queste altezze, e si avranno le altezze vere. Sarebbe superfluo di dare ulteriori schiarimenti sull'assunto, giacchè le regole da seguire sono quelle sviluppate nel Capitolo II. Quelli che non ancora sono bene pratici di queste operazioni, potranno ricorrere a quanto si è detto all'uopo. È però indispensabile il ricordare qui di quanta importanza sia la correzione a farsi delle rifrazioni nella tavola V., e quelle della Tavola VIII. dietro l'elevazione del mercurio nel termometro, e nel barometro, quante vol-

te l'altezza di uno de' due astri è minore di 40° .

112. Allorchè si sarà ottenuta l'altezza vera del centro della luna per mezzo del calcolo, bisogna primieramente trovare nella tavola VIII., con quest'altezza vera, in vece dell'altezza apparente un numero prossimo, che differirà qualche volta di quasi un minuto, da quello che deve esprimere la vera parallasse dell'altezza meno la rifrazione. Si calcoli con questo numero una prima altezza apparente, e si cerchi in seguito nella stessa tavola il numero che gli corrisponde, e sarà questo la parallasse dell'altezza meno la rifrazione da sottrarsi dall'altezza vera risultante dal calcolo, per avere l'altezza apparente del centro della luna.

113. La distanza apparente de' due astri, le loro altezze apparenti, e le loro altezze vere, sono i cinque dati co' quali devesi fare il calcolo della distanza vera. Ecco le regole da seguire per ritrovarla.

Si scriva nell'ordine seguente, primieramente la distanza apparente de' due astri, in seguito l'altezza apparente del sole, o della stella, ed infine l'altezza apparente della luna; si sommino insieme queste tre quantità, e si prenda la metà della loro somma. La distanza apparente e la semi-somma essendo in tal modo conosciute, si tolga la più piccola di queste due quantità dalla maggiore. Si scriva al disotto del residuo l'altezza vera del Sole, o della Stella, e dopo dell'altezza vera della Luna; si sommino queste due altezze vere, e si prenda la metà della di loro somma. Terminata questa preparazione del calcolo, si cerchino successivamente nelle tavole logaritmiche, i complementi aritmetici de' logaritmi de' coseni delle altezze apparenti; vi si troveranno parimenti i logaritmi de' coseni della semi-somma di queste altezze, e della distan-

za apparente, come anche il logaritmo del coseno della semi-differenza, si scriveranno questi due logaritmi al disotto de' complementi aritmetici trovati precedentemente: si scriveranno poi dopo di questi ultimi i logaritmi de' coseni delle altezze vere. Si sommino insieme i due complementi aritmetici, ed i quattro logaritmi, e di questo numero se ne prenderà la metà; da questa metà se ne toglierà il logaritmo del coseno della semi-somma delle altezze vere, ed il residuo sarà il logaritmo del seno d' un angolo ausiliario. Si metterà il logaritmo del coseno di quest' angolo ausiliario al disotto di quello del coseno della semi-somma delle altezze vere; finalmente la somma di questi due ultimi logaritmi sarà il logaritmo del seno della semi-distanza vera. Il doppio dell' arco corrispondente sarà la distanza corretta della rifrazione e della parallasse, ossia la distanza vera colla quale devesi calcolare l' ora di Parigi.

Quando si calcola la distanza vera con questo metodo, può avvenire che la somma della distanza apparente, e delle altezze apparenti sia maggiore di 180° ; in tal caso non devesi continuare il calcolo, e si può correggere la distanza apparente, prendendo in primo luogo la differenza della correzione dell' altezza della luna da quella dell' altezza del sole, o della stella, e togliendo questa differenza dalla distanza apparente de' due astri.

114. Si cerchimo, nella Conoscenza de' tempi le due distanze fra le quali trovasi quella che risulta dal calcolo; si scrivano l' una sotto dell' altra; in seguito si prenda la loro differenza, e si avrà il cambiamento in distanza che corrisponde a tre ore. Si prenda anche la differenza che vi è fra la distanza calcolata, e la prima distanza delle tavole; e per mezzo del cambia-

mento che corrisponde a tre ore, si rileverà, per mezzo delle parti proporzionali, l'intervallo di tempo che corrisponde a questa differenza. Questo secondo intervallo deve essere calcolato coi logaritmi. Bisognerà sempre aggiungerlo all'ora della prima distanza delle tavole, e la somma sarà l'ora di Parigi che si cerca.

Si esporranno in dettaglio tutte le operazioni necessarie a farsi, tanto per avere la distanza, e le altezze apparenti, che per conoscere le altezze vere, e per calcolare in fine la distanza vera che fa conoscere l'ora di Parigi, e la longitudine. Ripiglieremo qui l'esempio dell'art. 102. nel quale le altezze, e le distanza si sono rilevate colle osservazioni fatte nello stesso momento.

E S E M P I O

Il 16 giugno 1793 ad un ora e mezza circa dopo mezzogiorno, essendo a $10^{\circ} 16' 40''$ di latitudine Sud, ed a 149° di longitudine stimata, si sono fatte sei osservazioni di distanze della Luna dal Sole, e sei osservazioni simultanee delle altezze de' due astri. La distanza media de' lembi i più prossimi è stata trovata di $83^{\circ} 26' 46''$, l'altezza media del lembo inferiore del Sole di $48^{\circ} 16' 10''$, e quella del lembo superiore della luna di $27^{\circ} 53' 30''$.

Si trova per mezzo dell'ora approssimata del luogo dell'osservazione, e della longitudine stimata, che l'ora approssimata di Parigi, che corrisponde all'osservazione della distanza, è il 15 Giugno 15^{or}. 34'. Il semi-diametro del Sole preso nella Conoscenza de' tempi era in quest'istante di $15' 46''$.

Il semi-diametro della Luna era di $14' 54''$; la piccola tavola II. fa conoscere che a $27^{\circ} 53'$, ossia

28°. di altezza bisogna aggiugnere 7'' per avere il semi-diametro apparente , che sarà in quel caso di 15'. 1'': queste ultime quantità devono essere impiegate per avere la distanza e le altezze apparenti de' centri del sole , e della luna. La parallasse equatoriale è di 54'. 41'', ma a 10°. di latitudine bisogna diminuirla d' 1''; ed è perciò che bisogna porre nel calcolo 54'. 40''.

Dopo d'aver conosciuto questi elementi , bisogna procedere al calcolo della distanza apparente. Si daranno successivamente i calcoli di tutte le quantità che bisognerà avere per ottenere la distanza vera , ed infine la longitudine ; ma per renderne l'andamento anche più chiaro , si sono riunite tutte queste quantità nel quadro che segue il calcolo dell'ora del luogo ; esso potrà servire di guida a coloro che volessero esercitarsi a calcolare le longitudini per mezzo delle distanze.

Distanza osservata de' lembi del S. L.	83°. 26'. 47''
Semi-diametro del S.	+ 15. 46
Semi-diametro della L.	+ 15. 1

Distanza apparente de' centri del S. L. 83°. 57'. 33''

Si correggeranno le altezze osservate de' due astri dell'abbassamento dell'orizzonte , e de' loro semi-diametri , ed si otterrà l'altezza apparente de' centri ; in seguito bisognerà anche correggere queste altezze apparenti degli effetti della rifrazione , e della parallasse per mezzo de' numeri che si trovano nelle Tavole V, ed VIII, e si avranno le altezze vere. È essenziale d'aver riguardo alle variazioni che devono farsi in questi ultimi numeri relativamente all'altezza del mercurio nel termometro , e nel barometro , come si vedrà quì appresso.

Altezza osservata del S.		48°. 16'. 10"
Elevazione dell' occhio 6 ^m , 17. Abbassamento,		— 4. 24
Semi-diametro del S.		48°. 11'. 46"
		+ 15. 46
Altezza apparente del Sole		48°. 27' 32"
Rifrazione—Parallasse 0'. 45"	}	
Termom. + 26°. 2		— 0. 43
Barometro 0 ^m . 762.		0
Altezza vera del S.		48°. 26'. 49"
Altezza osservata della Luna		27°. 53'. 30"
Elevazione dell'occhio 6 ^m , 17. Abbassamento		— 4. 24
Semi-diametro della L.		27°. 49'. 6"
		— 15. 1"
Altezza apparente della L.		27°. 34'. 5"
Parallasse—Rifrazione 46'. 38"	}	
Termometro 26°, 2		+ 5
Barometro 0 ^m , 762		0
		46. 43
Altezza vera della L.		28°. 20'. 48"

È necessario, facendo il calcolo della distanza, di prendere delle parti proporzionali, per avere i logaritmi corrispondenti a' secondi di grado. Si può intanto evitarne una gran parte, come si vedrà qui appresso, se si toglie dalla distanza apparente il numero de' secondi necessarj affinchè il residuo non contenga che parti decime di secondi. Per esempio in questo caso, bisogna scrivere 83°. 57'. 30'', invece di 83°. 57'. 33'',

ma si noteranno questi tre secondi al di sopra della distanza col segno + per indicare che devono essere aggiunti alla distanza vera che si otterrà per mezzo del calcolo. Bisogna anche sottrarre dalle altezze apparenti il numero di secondi necessarj acciò non contengano che decime di secondi, oppure aggiugnervi il numero di secondi che può completarli. Questi piccoli cambiamenti saranno sempre praticati in modo, che le decime di secondi della somma, della distanza e delle altezze apparenti sia un numero pari; in tal caso la semi-somma e la differenza di questa semi-somma dalla distanza, come anche le altezze apparenti non conteranno che decime di secondi: si potranno in conseguenza prendere due complementi aritmetici e due logaritmi, senza essere obbligati di calcolare le parti proporzionali.

È interessante di non trascurare, scrivendo le altezze vere, di toglierne, o aggiugnervi lo stesso numero di secondi tolto precedentemente dalle altezze apparenti, o che si era aggiunto, acciò la differenza dell'altezza vera dall'altezza apparente di ciascun'astro, sia sempre la stessa. È dal valore di questa differenza, che dipende in gran parte quello della riduzione della distanza apparente, o sia la differenza di questa distanza dalla vera.

In quest' esempio si sono tolti 2' dall'altezza apparente del Sole; bisognerà dunque toglierli benanche dall'altezza vera, e scrivere $48^{\circ}. 26'. 47''$ in vece di $48^{\circ}. 26'. 49''$. Si erano tolti 5'' dall'altezza apparente della Luna, bisognerà dunque impiegare nel calcolo l'altezza vera di $28^{\circ}. 20'. 43''$, in vece di $28^{\circ}. 20'. 48''$.

Dist. app. S L. 83
 Alt. app. S. 48
 Alt. app. L. 27

Summa * 159°

Semi-somma 79

Dist. — $\frac{1}{2}$ som. 31

Alt. vera S. 48

Alt. vera L. 28

Somma 76°

Semi-somma 38¹⁰

Ang. ausiliario

Somma

Semi-distanza

Doppio.

Si aggiungano i sec

Distanza vera 03342

Distanza delle tav. 05154

0592

Ora della prim. dist. 39088

2do. intervallo 1' 6"

Ora di Parigi

115. La distanza che risulta dal calcolo, è di $83^{\circ}.20'$, $52''$; bisogna aggiugnere i $3''$ trascurati prima del calcolo; e la distanza vera trovasi di $83^{\circ}.20'.55''$. Le due distanze della Conoscenza de' tempi fra le quali si trova questa distanza calcolata sono $83^{\circ}.2'.9''$, ed $83^{\circ}.24'.33''$. La prima ha dovuto aver luogo a $15^{\text{or.}}$, e la seconda a $18^{\text{or.}}$. L'intervallo che le separa, e che si è chiamato primo intervallo è di $3^{\text{or.}}$. Si scrivano queste distanze, e le ore alle quali corrispondono, al disotto della distanza vera, come qui sopra si è fatto, in seguito si prenda la differenza della distanza vera dalla prima distanza delle tavole, e si avrà una prima differenza, che si scriverà a dritta delle distanze alle quali corrisponde; si prenda egualmente la differenza delle due distanze delle tavole, e si avrà una seconda differenza, ch' è appunto il cambiamento in distanza nell'intervallo di $3^{\text{or.}}$ ossia nel primo intervallo. Queste quantità devono servire a calcolare il secondo intervallo, ossia quello che corrisponde alla differenza presa fra la distanza calcolata e la prima distanza delle tavole, che si è chiamata prima differenza. Si faccia questa proporzione, la seconda differenza sta al primo intervallo di $3^{\text{or.}}$, come la prima differenza di $18'$. $46''$ sta al secondo intervallo, che bisognerà sempre aggiugnere all'ora della prima distanza per avere l'ora di Parigi. Il quarto termine di questa proporzione deve essere calcolato coi logaritmi; perciò, onde avere il logaritmo del secondo intervallo, si sommi il logaritmo costante di $3^{\text{or.}}$, quello della prima differenza, ed il complemento aritmetico della seconda differenza.

Calcolo dell' ora del luogo.

116. Il metodo che si deve seguire per procurarsi l'ora del luogo, dipende dal modo come si sono ottenute le altezze de' due astri. Quando sono state misurate egualmente che la distanza, per mezzo di osservazioni simultanee, e che non si è potuto contare l'ora di queste osservazioni su d'un orologio; bisogna calcolare l'angolo orario del Sole coll'altezza osservata, secondo le regole prescritte nell'art. 75; in seguito se ne rileverà l'ora del luogo. La differenza ch' esiste fra quest' ora, e l'ora di Parigi, rilevata dalla distanza vera, ridotta in gradi; sarà la longitudine del Bastimento. Quando l'ora del luogo sorpassa quella di Parigi, questa longitudine è orientale; ma s'è più piccola, il bastimento è all'Ouest del meridiano di Parigi, e la sua longitudine è occidentale.

117. Si cerchi qual'era l'ora del bastimento corrispondente all'ora di Parigi, già trovata precedentemente. Si prenda primieramente nella Conoscenza de' tempi la declinazione del Sole che corrisponde all'ora di Parigi, che si è calcolata; in questo caso essa è di $23^{\circ}.22'.47''$ Nord, ma la latitudine è di $10^{\circ}.16'.40''$ Sud: la distanza dal polo elevato sarà dunque di $113^{\circ}.22'.47''$. Con queste quantità, e coll'altezza vera del Sole si faccia il calcolo dell'angolo orario. È importante di far osservare che non bisogna impiegare l'altezza diminuita, o aumentata d'un certo numero di secondi, ma che devesi fare il calcolo con quella dedotta a dirittura dall'altezza osservata. Perciò, nell'esempio in quistione, l'altezza del Sole che si deve impiegare per calcolare l'ora è di $48^{\circ}.26'.49''$, in vece di $48^{\circ}.26'.47''$.

Altezza vera <i>S.</i>	48°. 26'. 49"	
Latitudine <i>S.</i>	10. 16. 40	com. cos. 0,0070251
Distanza polare <i>S.</i>	113. 22. 47	com. sen. 0,0372070

Somma	172°. 6'. 16"	
Semi-somma	86. 3. 8	cos. 8,8378864
$\frac{1}{2}$ Somma—Alt.	37. 36. 19	sen. 9,7854851

Somma.	18.6676036
Semi-somma	9.3338018
Semi-angolo orario	12°. 27'. 18"
Moltiplicando per	8

(Si aggiungano 24 ^{or.} .) Ora del luogo	1 ^{or.} 39'. 38". 24'''
Ora di Parigi	15. 41. 0. 0
Differenza	9 ^{or.} 58'. 38". 24'''
Longitudine orientale	149°. 39'. 36".

L' ora del luogo , in questo caso , sembra minore dell' ora di Parigi , mentre poi è maggiore . In fatti si contava un giorno dippiù a bordo del Bastimento , e bisogna aggiugnere 24^{or.} all' ora rilevata col calcolo , ch' è il 16 giugno ad 1^{or.} 39'. 38". 24''' , mentre a Parigi era il 15. di Giugno , e che nell' istante dell' osservazione si contavano 15^{or.} 41'.

118. Questo metodo di trovare l' ora del luogo devesi praticare tutte le volte che non si può contare l' ora delle osservazioni per mezzo d' un orologio . Essendovi però un buon orologio marino , o pure un buon orologio a secondi , tanto nel fare delle osservazioni simultanee , che nel calcolare le altezze corrispondenti alla distanza per mezzo delle parti proporzionali ,

bisognerà sempre tener conto delle ore nelle quali sono fatte tutte le osservazioni di distanza. Qualche tempo prima di prendere le distanze, o poco dopo terminate le osservazioni, si osserveranno delle altezze del sole, le quali serviranno per conoscere l'ora del luogo nel quale queste altezze sono state prese. Bisognerà correggere, come nell'esempio precedente, la distanza apparente per mezzo delle altezze osservate nello stesso luogo di questa distanza; ma in tal caso si prenderà la differenza ch'esiste fra l'ora di Parigi avuta colla distanza vera, e l'ora del luogo nel quale si è osservato l'angolo orario: con questo mezzo si otterrà la longitudine di questo luogo. Questo secondo metodo presenta anche un altro vantaggio, quando si ha un orologio marino, che può dare anche la longitudine del luogo dell'osservazione dell'angolo orario, poichè per mezzo di esso si hanno due risultati da poter paragonare direttamente fra loro, senza praticare riduzione di sort' alcuna. Anche nel caso che l'ora delle osservazioni potesse contarsi su d' un orologio a secondi comune, l'osservazione d' un angolo orario, fatta prima, o dopo di quelle delle distanze, avrebbe il vantaggio d'abbreviare di molto il calcolo. In fatti, se si volesse più d' una serie di osservazioni di distanza, lo stesso angolo orario potrà essere sufficiente al calcolo della longitudine di tutte le serie che si saranno osservate.

119. Si è già avuto occasione di dire, che non si doveva calcolare l'ora del luogo coll'altezza delle stelle, e ch'era necessario procurarsela per mezzo d' un'altezza del Sole presa nella sera precedente all'osservazione della distanza della luna da una stella, o pure nella mattina seguente; si è già raccomandato di calcolare le altezze vere di due astri coll'ora del luogo dell'osservazione dell'angolo orario rapportato a quel-



Semi-diametro della *L.*

— 15 . 1

Altezza apparente della *L.*

27 . 34 . 5

Parallasse—rifraz. 46'.38"

Term. 26°. 2' + 5

Barom. 0^m,762 0

46 . 43

Altezza vera della *L.*

28 . 20 . 48

(48°
48

,5

,7

,6

,5

,7

,1

,4

,7

,4

lo dell'osservazione della distanza, per mezzo del cammino fatto in longitudine nell'intervallo di queste due osservazioni. Se si paragonasse l'ora che ha servito pel calcolo delle altezze coll'ora di Parigi rilevata dal calcolo della distanza vera, si otterrebbe la longitudine del luogo nel quale si sono osservate le distanze; ma sarà più conducente di prendere la differenza dell'ora di Parigi da quella del luogo dove si è osservato l'angolo orario, per avere una longitudine da potersi paragonare direttamente con quella che avrebbesi potuto avere coll'orologio marino.

120. Le circostanze nelle quali si possono prendere delle distanze della luna dalle stelle, sono molto più frequenti di quelle nelle quali si possono misurare delle distanze della luna dal Sole. Non bisognerà dunque trascurare questa specie d'osservazioni, che spesso è la sola d'onde possa rilevarsi la posizione del Bastimento. Quando si ha un orologio a secondi, l'osservazione delle distanze delle stelle dalla luna è così facile, come quella della luna dal sole. È qui opportuno di raccomandare a' navigatori di non ispaventarsi della lunghezza de' calcoli, che per verità in questo caso sono aumentati di quello delle altezze; si può francamente assicurar loro, che disparirà ben presto quanto di penoso offre il principio: basta un piccolo esercizio per familiarizzarvisi. D'altronde è inutile di volere una precisione immaginaria, della quale l'osservazione non è suscettiva, e basterà di calcolare le altezze ad un minuto presso, prendendo i logaritmi con cinque decimali. Il calcolo della distanza vera d'una stella dalla luna, è lo stesso di quello d'una distanza della luna dal sole; e se si fa attenzione a tutte le abbreviazioni indicate; si potrà fare il calcolo di due o tre serie d'osservazioni in pochissimo tempo. Basterà

esercitarsi al calcolo dell'esempio che segue. Le regole da seguirsi sono quelle che si trovano negli articoli 79 ed 80, ed in quello detto finora in questo Capitolo. Basterà in conseguenza di accennare la questione col risultato del calcolo; ma si è avuto cura di riunire in un sol quadro, come si è fatto nel primo esempio, tutt'i dati, e le quantità necessarie pel calcolo: queste sono situate nel modo il più adattato per facilitare le operazioni.

E S E M P I O II.

Il 19 Giugno 1793, essendo a $9^{\circ}.45'.50''$ di latitudine Sud, ed a $148^{\circ}.43'$ di longitudine orientale. Quando l'orologio marcava $3^{\text{or}}.41'.51'',5$ (si veggia pag. 84 e seg.) si è ritrovato per mezzo delle altezze del Sole, che ritardava sul tempo vero di $1^{\text{or}}.31'.34'',3$. Nell'istante che l'istesso orologio doveva marcare $6^{\text{or}}.8'.10'',8$, si è riconosciuto, con una serie di sei distanze della luna da *Antares*, che la distanza di questa stella dal lembo il più lontano della luna era di $39^{\circ}.12'.13''$. Si dimanda la longitudine del luogo nel quale si è osservato l'angolo orario.

Le altezze calcolate sono le stesse di quelle delle pag. 85, 86, vi si troveranno in dettaglio le operazioni da fare per procurarsele.

Ora del luogo dell'osser. dell'angolo orario	$3^{\text{or}}.29'.45''$
Ora di Parigi	$21. 32. 21$

Differenza

Longitudine orientale

$9^{\text{or}}.57'.24''$
$149^{\circ}.21'. 0''$

gole
li 79
. Be
l ri
in
no,
ue-
are

ti-
e.
a
e
i.
e
ci
di
ra
go

lle
ni

5"
i
-
4"
o"

e
T
v
a
AC



		Semi-se
Distanz. osser. <i>A. L.</i>	39° . 12' . 13''.	
Semi-diametro <i>L.</i>	— 15 . 41	
Dist. appar. <i>A. L.</i>	38 . 56 . 32	
		Si
Altez. vera <i>A.</i>	45° . 52' . 0''.	Di
Rifrazione	+ 0' . 55	Dist. de
Alt. apparente <i>A.</i>	45 . 52 . 55	
		Lo
Alt. vera della <i>L.</i>	82° . 20'.	
Paral. rif. appros.	7 . 28	
Alt. approssim.	82 . 12 . 32	
Paral.—rifraz.	7 . 33	
Alt. apparente	82 . 12 . 27	

121. Quante volte sarà possibile di fare due o tre serie d' osservazioni di distanze, si avrà la longitudine con 15', o 20' di differenza. Quest' errore non potrà mai influire di più di 5, o 6 leghe ; di differenza sulla posizione del Bastimento.

122. La distanza vera che si ottiene col metodo precedente, è ridotta nell' ipotesi che la figura della terra sia sferica. Tutt' i Trattati de' calcoli d' Astronomia nautica danno i mezzi di correggerla, affine d' ottenere quella che avrebbesi dovuto calcolare nell' ipotesi che la terra è uno sferoide schiacciato verso i poli. Si è creduto di poter qui trascurare queste correzioni, poichè non possono mai essere abbastanza considerevoli per dovervisi fare attenzione; queste non possono influire sulla longitudine calcolata nelle circostanze le meno favorevoli, per più di 3 a 4 minuti di grado. Intanto nel calcolare le altezze potrebbesi aver riguardo alla figura della terra senza aumentare il calcolo; bisognerebbe semplicemente, invece di calcolare queste altezze colla latitudine del luogo, impiegare la stessa latitudine diminuita d' una quantità che trovasi nelle raccolte di tavole astronomiche, e che si chiama *angolo al vertice*. Non si è fatto finora (*) alcuna menzione di queste correzioni per non complicare inutilmente il calcolo della longitudine; si sarebbe per lo contrario desiderato di trovare degli altri mezzi per vieppiù renderlo semplice.

(*) Si troverà nelle Note che sono alla fine di questo Trattato, ed al seguito della spiegazione de' principj della costruzione delle Tavole XII., e XIII. l' uso che potrebbe farsi di queste stesse Tavole per correggere le altezze osservate, e ricavarne quelle adattate a calcolare la distanza vera, nell' ipotesi che la terra è uno sferoide schiacciato.

123. Le distanze possono essere osservate a terra, ed in tal caso fanno conoſcere la longitudine de' luoghi dove si sono regolati gli orologi marini; ma siccome l'errore probabile d'ogni osservazione è di $15'$ a $20'$; è necessario di far concorrere un gran numero di risultati alla determinazione della longitudine dello stesso punto, per diminuire, il più ch'è possibile, gli errori che vi potrebbero essere. Sarà sempre più probabile la precisione delle longitudini determinate con questo metodo, quando si procurerà di rilevarla nel modo che qui appresso sarà indicato. Primieramente fa uopo ricordarsi di quel che si è detto in questo Trattato, che lo stesso osservatore misura sempre gli angoli o un poco troppo grandi, o un poco più piccoli, dipende ciò dalla qualità della sua vista, o dalla maniera come si è abituato a situare l'uno allato dell'altro i lembi degli oggetti che vuol fare coincidere nel corpo della lente. Ne viene in conseguenza che le distanze osservate da una persona stessa, sono tutte troppo grandi, o troppo piccole. Gli errori prodotti da questa causa possono differire fra loro; ma quelli che sono tali da poter agire nello stesso senso sull'ora di Parigi dedotta dalle osservazioni fatte quando le distanze delle tavole aumentano, agiscono in senso contrario quando le distanze delle tavole diminuiscono. Le distanze aumentano quando la stella, o il sole è all'occidente della luna, ed allora si chiamano *distanze occidentali*; diminuiscono quando la stella, o il sole è all'oriente della luna, ed in tal caso prendono il nome di *distanze orientali*. Bisognerà dunque prendere un medio aritmetico tra la longitudine media rilevata solamente dalle distanze occidentali, e la longitudine media ottenuta colle distanze orientali, per ottenere un'altra longitudine liberata, per quanto è possibile, dagli

errori derivanti dal colpo d'occhio dell'osservatore. Si può sperare che le longitudini avute per mezzo di questa combinazione di risultati non fossero errate di più di 10 minuti.

124. La distinzione fatta fra le longitudini delle distanze occidentali, e quelle che si hanno colle distanze orientali, non può giovare se non quando si tratta di distanze del Sole dalla Luna. Molte cause, che sarebbe troppo lungo di riferire in questo luogo, rendono gli errori delle distanze delle stelle dalla luna soggetti ad irregolarità delle quali è impossibile di riconoscere le diverse influenze per le circostanze che concorrono nelle osservazioni; perciò bisognerà sempre concludere la longitudine del porto d'arrivo colla longitudine media di tutte le osservazioni, che si prenderà senza far distinzione fra le longitudini avute per mezzo delle distanze occidentali, o pure orientali. Gli errori delle longitudini determinate colle distanze della luna dalle stelle non devono essere maggiori di 15' di grado; la loro precisione sarà dunque minore di quella delle distanze della luna dal Sole: ecco perchè nel determinare una posizione geografica bisogna servirsene solo quando non si sono potute avere molte di queste ultime.

125. Le longitudini osservate in mare sono quasi tutte rilevate dalle distanze prese in diversi luoghi, e non sembrano adattate a far conoscere con molta precisione la posizione del Bastimento, intanto non sarà difficile di dar loro la precisione delle longitudini osservate negli arrivi, quante volte vi sieno degli orologi marini. In fatti questi orologi daranno la facoltà di misurare con esattezza le differenze in longitudine di tutt'i luoghi ne quali si sono osservate delle distanze; sarà perciò eseguibile di rapportare ad un sol luo-

go i risultati delle longitudini osservate in differenti luoghi, e la sua longitudine sarà di molto più esatta di quella determinata col piccol numero di distanze che avrebbero potuto procurarsi sul luogo medesimo. Conformandosi alle seguenti regole, la longitudine non potrà contenere che l'errore derivante dalle distanze, e l'influenza degli errori delle differenze in longitudine misurate anche molto dopo che l'orologio è stato regolato, potranno considerarsi come trascurabili.

126. Si rapportino le longitudini delle distanze osservate in giorni consecutivi, o poco distanti fra loro al luogo di cui si è determinata la longitudine coll'orologio marino, nella mattina, o nella sera del giorno ch'è egualmente lontano in tempo dal primo, e dall'ultimo giorno d'osservazione di distanza.

Se si tratta delle longitudini ottenute colle distanze della luna dal so'e, si rapporteranno in tal modo ad un sol punto tutte le longitudini delle distanze occidentali. Si riferiranno egualmente ad un altro punto le longitudini rilevate dalle distanze orientali; in seguito si calcherà la longitudine d'un terzo punto, rapportando le longitudini de' due giorni intermedi, di cui l'una risulta dalle distanze occidentali, e l'altra dalle distanze orientali al luogo nel quale si sarà determinata la longitudine per mezzo dell'orologio, nella mattina o nella sera del giorno equidistante in tempo da' due giorni intermedi di cui si è parlato. La longitudine di questo terzo punto avrà tutta la precisione che si può sperare col metodo delle distanze osservate in mare; ed essa sarà presso a poco tanta quanta se ne ha dalle longitudini ottenute colle osservazioni che fossero state fatte nello stesso luogo.

127. Se si tratta delle longitudini ottenute colle distanze della luna dalle stelle, si potrà egualmente

rapportare ad un sol punto le longitudini medie ottenute con due o più serie d'osservazioni, senza far punto distinzione fra le distanze occidentali; e le distanze orientali: bisogna solo badare che il giorno intermedio dell'ultima serie non corrisponda ad un'epoca più lontana di 20, o 30 giorni, dall'epoca alla quale corrisponde il giorno intermedio della prima serie d'osservazioni. Con questo mezzo si potrà far concorrere alla determinazione della longitudine d'un sol luogo, un numero d'osservazioni tale da ottenerla con una precisione quasi eguale a quella delle longitudini rilevate colle distanze della luna dal sole.



CAPITOLO VII.

Trovare la declinazione dell' Ago calamitato coll' osservazione dell' azimut , o dell' amplitudine del Sole , e col rilevamento astronomico d' un oggetto terrestre.

128. La declinazione dell' ago calamitato , è l' angolo che la direzione di quest' ago fa colla linea Nord , e Sud. Se per mezzo della bussola si rilevasse un oggetto terrestre situato esattamente al Nord , o al Sud , l' osservazione darebbe direttamente la declinazione dell' ago ; ma siccome tutt' i rombi di vento della bussola fanno coi veri rombi di vento del mondo , angoli eguali a questa declinazione , basta perciò di rilevare un solo oggetto di cui sia conosciuto il rilevamento vero ; in tal caso la differenza di questo rilevamento da quello ch'è stato osservato , è la declinazione che si cerca. La quistione riducesi dunque a rinvenire con un mezzo qualunque siasi il vero rilevamento d' un oggetto situato in modo a poter essere rilevato con una bussola. Quando si sta in mare , il sole è il solo oggetto che si può osservare comodamente colla bussola ; il rilevamento di quest' astro è l' arco dell' orizzonte compreso fra 'l suo verticale ed il meridiano del luogo , e deve essere eguale all' angolo formato da questi due cerchi , ossia all' azimut del Sole. L' astronomia nautica insegna i modi d' osservare , e di calcolare i veri rilevamenti

degli oggetti terrestri ; perciò essendo vicini ad una costa , si possono impiegare le osservazioni fatte su di questi oggetti , per conoscere la declinazione dell' ago magnetico. Gli ultimi rilevamenti si chiamano *rilevamenti astronomici* ; e siccome sono i più precisi , e che contribuiscono molto all'esattezza delle carte marine , ossia idrografiche , se ne parlerà perciò alquanto diffusamente.

Calcoli dell' azimut e dell' amplitudine del Sole.

129. Si è già detto che l'altezza del sole varia in tutti gl'istanti del giorno , e che potevasi conoscere l' ora del luogo nel quale si sta per mezzo dell' osservazione di quest' astro : si può egualmente avere col calcolo l' azimut del sole corrispondente all'istante dell' osservazione. Per conoscere adunque la declinazione dell' ago calmitato , basterà misurare per mezzo d' una bussola l' azimut di quest' astro nel momento in cui si prende la sua altezza. La differenza dell' azimut calcolato dall' azimut osservato sarà eguale alla declinazione dell' ago.

130. Le circostanze nelle quali l' osservazione dell' altezza del sole fa conoscere il suo azimut colla maggiore precisione , sono quasi le stesse di quelle nelle quali questa stessa altezza dev' essere osservata per calcolare l' ora del luogo. Intanto siccome l' azimut calcolato è ordinariamente più preciso dell' azimut osservato con una bussola ; non devesi tener conto in tal caso delle regole date per l' osservazione dell' angolo orario. Sarà sempre più vantaggioso di fare l' osservazione quando il sole è vicino all' orizzonte ; allora il suo

azimut può essere osservato per mezzo d'una bussola, assai più facilmente di quando sarebbe ad una cert' altezza.

Gli errori dell'azimut per l'incertezza delle rifrazioni, e della latitudine del luogo saranno piccolissimi in paragone di quelli che possono esservi nell'azimut osservato. Perciò quando nel riguardare l'orizzonte con uno strumento a riflessione, non si vedrà più l'immagine diretta del sole nel campo della lente di questo strumento, si potrà cominciare l'osservazione: l'altezza del sole sarà allora di poco maggiore di 4 gradi. I rilevamenti del Sole possono essere errati di molto, quando quest'astro trovasi a 15°. d'altezza; per conseguenza l'osservazione dell'azimut non deve aver luogo quando sarà al disopra di 15°. A rigore parlando, quest'osservazione potrebbe praticarsi solo quando il sole può rilevarsi per mezzo de' traguardi situati sul coverciuio della bussola; ma volendo una maggiore precisione, bisognerà desistere dall'osservazione quando il Sole avrà un'altezza maggiore di 15°.

131. Nel tempo che due osservatori saranno occupati a prendere il rilevamento del sole con una bussola, un altro misurerà l'altezza del sole con un sestante, o un cerchio; ricondurrà la figura di quest'astro sull'orizzonte, e seguendone i movimenti colla vite di richiamo, manterrà sempre il suo lembo inferiore in contatto con quest'ultimo cerchio. Nell'istante poi che i due osservatori che prendono il rilevamento avranno la certezza d'aver fatta una buona osservazione, avvertiranno quello che prende l'altezza, e quest'ultimo conterà l'arco marcato dalla linea sull'estremità dello strumento: questa sarà l'altezza corrispondente all'azimut osservato. Si può ricominciare una nuova osservazione, per concluderne l'altezza media, che deve corrispon-

dera al medio aritmetico da prendersi fra i due azimut osservati. Se si misura l'altezza con un cerchio, l'arco percorso dalla lina non deve contarle che dopo della seconda osservazione; e se ne concluderà, secondo il solito, l'altezza media corrispondente all'azimut medio. Sarebbe vantaggioso d'osservare in questo modo molte serie composte ciascuna di due osservazioni; il medio aritmetico delle declinazioni dedotte da ciascuna di queste serie, potrà essere molto preciso. È inutile di contare sull'orologio a secondi l'ora nella quale le altezze sono state prese; basterà l'ora approssimata, la quale potrebbe senza inconveniente differire di 15' a 20' dall'ora vera del luogo d'osservazione.

132. Ecco come devesi procedere al calcolo dell'azimut. Si calcoli l'ora di Parigi che corrisponde all'istante dell'osservazione, per mezzo dell'ora approssimata del luogo, e della longitudine stimata. Si cercherà nella Conoscenza de' tempi la declinazione che aveva il sole in quest'istante, e se ne ricaverà la sua distanza dal polo elevato.

Questa distanza polare, l'altezza vera dedotta dall'altezza osservata giusta la regola del Capit. II., e la latitudine del bastimento, sono tre dati necessarj pel calcolo.

Si scrivano gli uni sotto degli altri nell'ordine che segue; la distanza del sole dal polo elevato, la sua altezza vera, e la latitudine. Si sommino queste tre quantità, e si prenda la metà della somma. Si scriva al disotto della semi-somma la differenza che vi è fra questa semi-somma, e la distanza polare; cioè si tolga la più piccola di queste due quantità dalla più grande. In primo luogo si prenderanno nelle tavole i complementi aritmetici de' logaritmi del coseno dell'altezza vera del sole, e della latitudine; in seguito si scrive-

alla sinistra dell'azimut osservato colla bussola, ne segue che la direzione dell'ago deve essere alla sinistra del Nord del Mondo: in questo caso l'ago declina dalla parte dell'Ouest, e la sua declinazione prende la denominazione di Nord-Ouest. Se l'azimut calcolato situa il Sole a dritta dell'azimut osservato, l'ago declina verso l'Est, e la declinazione prende la denominazione di Nord-Est. I marini chiamano volgarmente la declinazione dell'ago calamitato, variazione della bussola, dicendo che la variazione è al Nord-Ouest, o al Nord-Est.

134. Quando l'ago declina di due rombi di vento dalla parte del Nord-Ouest, ossia a sinistra del Nord del Mondo; la vera direzione del Nord della bussola è il Nord-Nord-Ouest; e quando declina di due rombi verso il Nord-Est, ossia a dritta, la vera direzione del Nord della bussola è il Nord-Nord-Est.

Il rombo di vento corretto è sempre situato per rispetto del rombo osservato nello stesso modo che il Nord della bussola l'è per rispetto al Nord del Mondo. Questa considerazione induce a credere, che sarebbe vantaggioso di conservare le due denominazioni alla declinazione dell'ago calamitato: si dovrebbe dire per esempio, declinazione Nord-Ouest, o a sinistra, declinazione Nord-Est, ossia a dritta.

Se ne ricaverebbe una regola generale molto semplice, per correggere la rotta del bastimento, ed i rilevamenti osservati con una bussola. Sarebbe sufficiente che s'impiegasse la declinazione dell'ago, in modo che il rilevamento corretto fosse a sinistra, o a dritta del rilevamento osservato, secondo la denominazione che deve aver questa declinazione. Le denominazioni di Nord Ouest, e di Nord-Est derivano più naturalmente da' principj, e sono essenziali per coloro che si oc-

cupano della teoria della calamita. Le altre denominazioni sarebbero più comode nella pratica, e si eviterebbero degli errori che possono aver luogo, perchè gli uomini i più esercitati possono ingannarsi nel vero senso nel quale devono correggersi i rilevamenti.

I mariui senza dubbio sono stati guidati da simili analogie, quando han detto che la deriva era alla sinistra o alla dritta, e che la variazione era dallo stesso lato, o dal lato opposto. Senza cercare dunque d'introdurre un termine nuovo, si propone soltanto di rendere generale una denominazione usata in un caso particolare.

E S E M P I O

Il 2 Marzo 1792 ad ore 6 incirca della mattina, essendo a $34^{\circ}.48'$ di latitudine Sud, ed a $35^{\circ}.49'$ di longitudine orientale; si è osservata l'altezza del lembo inferiore del sole, di $6^{\circ}.15'$. Nello stesso istante, l'azimut del sole osservato con una bussola era di $57^{\circ}.17'$, cioè che il centro del Sole era stato rilevato al Sud $57^{\circ}.17'$ Est; l'elevazione dell'occhio al disopra della superficie del mare era di $6^m, 17$. Si domanda l'azimut vero del Sole, e la declinazione dell'ago calamitato.

L'ora di Parigi che corrisponde all'istante dell'osservazione è il 1^{mo}. Marzo a 15^{or}. 37', si trova nella Conoscenza de' tempi che la declinazione del Sole in quest'istante era di $6^{\circ}.57'$ S. Ma la latitudine è della stessa denominazione di questa declinazione; dunque la distanza dal polo elevato è di $83^{\circ}.3'$. L'altezza vera del centro del sole è $6^{\circ}.19'$.

Si disporranno questi dati, e si farà il calcolo nel modo seguente,

Dist. dal polo elevato	83°. 3'	com.cos. 0,00264
Alt. vera del S.	6. 19	com.cos. 0,08558
Latitudine	34. 48'	

Somma	124°. 10'	
Semi-somma	62. 5	cos. 9,67042
Dist. pol. — $\frac{1}{2}$ som.	20. 58	cos. 9,97025

Somma	19,72889
Semi-somma.	cos 9,86444
Semi-azimut.	42°. 57'

Doppio. Azimut dal S. all'E 85. 54

Il Sole è stato rilevato al S 57. 17 E

Declinazione dell' ago calamitato 28°. 37' N.O.
ossia alla sinistra.

In quest' esempio il polo Sud è quello che trovasi elevato sull' orizzonte, in conseguenza l' azimut del sole calcolato si conta da questo polo. Bisogna anche che l'azimut osservato colla bussola sia contato dallo stesso polo, ed è il Sud 57°. 17'. Est.

La differenza di quest' azimut osservato dall'azimut calcolato è la declinazione richiesta, e si trova di 28°. 37'. Ora per conoscere in qual senso deve aver luogo questa declinazione, si osservi che l'azimut calcolato essendo maggiore di quello osservato colla bussola, deve corrispondere sulla rosa del compasso, a sinistra dell' azimut osservato; ne segue che la declinazione dell'ago deve essere Nord-Ouest, e se si adotta la doppia denominazione proposta, sarà Nord-Ouest, ossia a sinistra.

135. L'istante nel quale è più facile d'osservare il rilevamento del sole con una bussola, è quello del suo sorgere, o del suo tramontare, poichè allora que-

st'astro si trova quasi nel piano della rosa del compasso. I marinieri fanno più uso di questa osservazione che della precedente; perchè il calcolo è meno lungo, e che non debbesi osservare l'altezza del sole nell'istante in cui il suo centro è sull'orizzonte. Intanto il risultato non è tanto preciso, quanto lo sarebbe coll'altro metodo; come qui appresso si vedrà. Quasi in tutte le collezioni di tavole d'astronomia nautica si trovano delle tavole a doppia entrata, coll'ajuto delle quali si può agevolmente, colla latitudine, e colla declinazione del sole, trovare l'amplitudine di quest'astro nel momento del suo sorgere, e del suo tramontare. Quest'arco dinota la parte dell'orizzonte compresa fra il Sole, ed il vero punto dell'Est, o dell'Ouest; esso è il complemento dell'azimut del sole, o pure in certi casi è eguale alla quantità di cui quest'azimut è maggiore di 90° . La differenza dell'amplitudine trovata in queste tavole da quella osservata colla bussola è eguale alla declinazione dell'ago: con metodi simili a quelli dati per l'azimut si potrà conoscere se l'ago declina verso il Nord-Ouest, o verso il Nord-Est.

Le tavole delle amplitudini, per essere utili, devono avere una certa grandezza. I limiti nei quali si è dovuta circoscrivere la Raccolta di tavole che si trova alla fine di questo Trattato, ha impedito di potervene inserire; ma vi si può supplire con un calcolo brevissimo che farà conoscere l'amplitudine del sole coll'addizione di due logaritmi a cinque decimali.

136. Prima di fare il calcolo, si cerchi l'ora di Parigi corrispondente all'istante del sorgere, o del tramontare del sole, e si prenderà nella Conoscenza de' tempi la declinazione del sole in quell'istante. Si aggiunga in seguito il logaritmo del seno della declinazione al complemento aritmetico del logaritmo del co-

seno della latitudine, e la somma sarà il logaritmo del seno dell'amplitudine del sole. Quando il sole si trova al Nord dell'equatore, sorge e tramonta al Nord nella linea Est ed Ouest; e quando è al Sud dell'equatore, sorge e tramonta al Sud di questa stessa linea: l'amplitudine in conseguenza è sempre della stessa denominazione della declinazione.

137. L'amplitudine che si trova nelle tavole, e quella che si ottiene col calcolo precedente, suppongo che il sole sia stato rilevato con una bussola nell'istante in cui il suo centro era sull'orizzonte; ma per effetto della rifrazione il centro del sole deve sembrare elevato di 33'; bisognerà dunque osservare il rilevamento, quando il lembo inferiore sembrerà di stare sull'orizzonte pel valore quasi d'un semi-diametro. Le declinazioni dell'ago che si concludono coll'osservazione dell'amplitudine sono più precise di quelle che si ricavano dall'osservazioni dell'azimut, a causa della difficoltà di trovare l'istante di sopra indicato. Nulladimeno, avendo cura di rilevare il sole poco tempo prima che il suo lembo inferiore lasci l'orizzonte, e di non prendere il rilevamento quando l'altezza di questo lembo apparisce maggiore dell'intero diametro, in tal caso l'errore dell'amplitudine calcolata non sorpasserà mai un mezzo grado, purché la latitudine non sia maggiore di 60°. Ma d'altronde, l'amplitudine osservata può essere anche errata d'un mezzo grado; perciò, quando le circostanze non saranno poco favorevoli, cioè quando non vi sarà grosso mare, si potrà avere la declinazione dell'ago con un grado quasi di differenza: quest'esattezza è bastante alla sicurezza della navigazione; ma volendosi ottenere con maggior precisione, bisogna far uso dell'azimut del Sole.

E S E M P I O

Nel giorno 11 giugno 1792 alle ore 6 e 50' della mattina incirca, essendo a $27^{\circ}.10'$ di latitudine Sud, ed a $164^{\circ}.22'$ di longitudine orientale, si è osservata con una bussola l'amplitudine ortiva del sole di $37^{\circ}.27'$ verso il Nord. Si domanda qual'era la declinazione dell'ago calamitato.

L'ora di Parigi all'istante del sorgere del sole nel luogo dell'osservazione era il 10 giugno a $7^{\text{or}}. 53'$. in conseguenza la declinazione era $23^{\circ}.7'$. Nord.

Declin. del S. N.	$23^{\circ}. 7'$	sen.	9,59396
Latitudine	27.10	com.cos.	0,05077

Somma.sen. 9,64473

Amplitudine del S.	E. $26^{\circ}. 11'$ N.
Il sole è stato rilevato all'E	$37. 27$ N.

Declinaz.dell'ago calamitato	$11^{\circ}. 16.$ N.E. ossia alla dritta
------------------------------	---

In quest'esempio, il rilevamento calcolato corrisponde, sulla rosa del compasso, alla dritta del rilevamento preso colla bussola; la declinazione è dunque Nord-Est ossia alla dritta.

De' rilevamenti astronomici.

138. Si è dato il metodo di calcolare l'azimut, ossia il rilevamento del sole per mezzo dall'osservazione della sua altezza. Se nello stesso tempo che si prende quest'altezza, si misura la distanza del sole da un oggetto terrestre, e l'altezza di questo stesso oggetto, l'astronomia nautica insegna con questi dati a calcolare la differenza che vi è nell'istante dell'osservazione fra'l rilevamento del sole, ed il rilevamento dell'oggetto di cui se n'è misurata la distanza dal sole. Il rilevamento del sole essendo conosciuto, come anche la differenza di questo rilevamento da quello dell'oggetto, è facile di concluderne il rilevamento dello stesso oggetto. Questi sono appunto quei rilevamenti che si chiamano astronomici, poichè derivano immediatamente dall'osservazione degli astri; e sono, come si vedrà, i più adattati per far conoscere con esattezza la declinazione dell'ago calamitato; sono anche da preferirsi a rilevamenti fatti colla bussola, allorchè si vogliono costruire delle carte idrografiche, ossia carte marine.

139. L'osservazione de' rilevamenti astronomici esige il concorso di due osservatori, mentre uno di loro prende l'altezza del sole, il secondo osservatore deve misurare la distanza dell'oggetto dal lembo del sole che l'è più vicino. Si potranno fare due osservazioni di distanze, e d'altezze, e se ne conchiuderà l'altezza media che corrisponde alla distanza media. L'altezza dell'oggetto deve sempre essere piccolissima, e non può variare d'una quantità sensibile in un breve intervallo di tempo; bisognerà dunque misurarla poco tempo prima, o dopo delle osservazioni dell'altezza del sole, e della distanza. Siccome è inutile d'ottenere

il rilevamento d'un oggetto terrestre colla differenza di pochi secondi; così questa specie d'osservazione non merita che si abbia riguardo alle regole che si è raccomandato di seguire, allorchè si osservano le distanze della luna dal sole, e dalle stelle; così le osservazioni simultanee della distanza del sole dall'oggetto, e dell'altezza del sole saranno sempre abbastanza esatte. Ma si terrà conto dell'ora, del minuto, e del secondo in cui si sarà fatta ogni osservazione, e si potranno calcolare le quantità che si cercano nella Conoscenza de' tempi, coll'ora di Parigi rilevata dall'ora approssimata del luogo, che potrebbe, senza inconveniente, essere errata di 15 a 20 minuti.

Per concludere la declinazione dell'ago calamitato dal rilevamento astronomico d'un oggetto terrestre, è necessario che due altri osservatori prendano con una bussola il rilevamento dello stesso oggetto, nell'istante in cui se ne osserva la sua distanza dal sole. Per ottenere dunque in questo modo la declinazione dell'ago vi bisognano quattro osservatori, cioè uno di più del numero che sarebbe necessario per ottenerla coll'osservazione dell'azimut del sole. E siccome il metodo delle amplitudini non ha di bisogno che di due osservatori, questa è la ragione per cui n'è più comodo l'uso.

140. Il calcolo de' rilevamenti astronomici è composto di due parti, cioè; 1.^o del calcolo dell'azimut del sole, 2.^o del calcolo della differenza dell'azimut di quest'astro da quello dell'oggetto; ne viene in conseguenza che il calcolo è di tanto più preciso, per quanto l'altezza del sole farà più esattamente conoscere il suo azimut; dipende benanche dall'esattezza della differenza in azimut calcolato. Si è osservato, che i movimenti in altezze erano lentissimi vicini al meridiano; in conseguenza le altezze prese ad una piccola

distanza dal mezzogiorno non sono adattate a far conoscere l'azimut corrispondente. In generale non si dovrà mai calcolare l'azimut del sole colle altezze prese fra le 10 e mezza della mattina, ed un'ora e mezza della sera. Le altezze prese in tutti gli altri istanti del giorno daranno l'azimut colla differenza di 2' circa. Vi sono pertanto delle circostanze in cui si potrà ottenere il rilevamento astronomico con una distanza osservata fra le 10 e mezza della mattina, ed un'ora e mezza della sera; ma allora bisogna calcolare l'azimut del sole col suo angolo orario al luogo della sua altezza: si farà vedere in seguito il modo di fare questo calcolo.

141. Tutte le circostanze non sono favorevoli egualmente per osservare la differenza dell'azimut del sole da quello di un oggetto terrestre; si potrebbero anche fare delle osservazioni che fossero molto difettose ne' risultati, ecco perchè sarebbe essenziale di consultare le seguenti regole, prima di fare delle osservazioni, ed avendo la cura di conformarvisi, si otterrà, in tutt'i casi, la differenza in azimut con 2' o 3' di differenza.

1.° Non si deve mai osservare un rilevamento astronomico, quando l'altezza del sole è maggiore di 60°.

2.° Si scelga un oggetto che non sia molto più, o molto meno distante di 90° gradi dal punto nel quale il verticale del sole taglia l'orizzonte.

3.° Nel caso che non si possa osservare un oggetto lontano di circa 90° dal verticale del sole; si scelga un altro oggetto situato in modo per rapporto al sole, che l'angolo d'inclinazione dello strumento col quale si misurerà la distanza, non sia maggiore di 45 gradi. Un errore di 10°. a 12°. nella stima che si può fare, sia per la differenza degli azimut del sole

e dell' oggetto , che per causa dell' angolo d' inclinazione dello strumento col quale si misurerà la distanza non può avere sul risultato una grande influenza.

142. Ecco le regole da seguire per ottenere le quantità necessarie al calcolo. Dall' ora approssimata del luogo , e dalla longitudine si dedurrà l' ora di Parigi corrispondente all'istante dell' osservazione ; in seguito si cercherà nella Conoscenza de' tempi la declinazione che il sole aveva in quest' istante , e se ne concluderà la distanza dal polo elevato. Si correggerà l' altezza osservata del sole dell' abbassamento dell' orizzonte , e del suo semi-diametro , e si avrà l' altezza apparente di quest' astro , che sarà diminuita della rifrazione , per avere l' altezza vera , colla quale si farà il calcolo dell' azimut secondo le regole dell' articolo 132. Si aggiungerà il semi-diametro del sole alla distanza osservata , se si è posto l' oggetto in contatto col lembo del sole che l' era più vicino ; se ne toglierà al contrario il semi-diametro del sole dalla distanza , se si è messo l' oggetto in contatto col lembo che n' era il più distante. In questi due casi si avrà la distanza apparente dell' oggetto dal centro del sole ; si toglierà anche l' abbassamento dell' orizzonte dall' altezza dell' oggetto , il residuo sarà l' altezza apparente di quest' oggetto , che colla distanza apparente e l' altezza del sole deve servire a trovare la differenza degli azimut colle seguenti regole.

143. Si scriva nell' ordine seguente , la distanza apparente , l' altezza apparente del sole , e l' altezza apparente dell' oggetto ; si sommino insieme queste tre quantità , e se ne prenda la metà della loro somma ; si prenda anche la differenza della semi-somma dalla distanza apparente. In seguito si cerchino nelle tavole , il complemento aritmetico del logaritmo del coseno

dell'altezza apparente del sole, ed il complemento aritmetico del logaritmo del coseno dell'altezza apparente dell'oggetto. Si deve mettere al di sotto di questi due complementi aritmetici il logaritmo del coseno della semi-somma, e quello del coseno della differenza della semi-somma dalla distanza apparente. La metà della somma di questi quattro numeri sarà il logaritmo del coseno della semi-differenza degli azimut del sole, e dell'oggetto. Si prenda il doppio dell'angolo corrispondente, e si avrà la differenza degli azimut che si cerca.

Si supponga per un istante di essere rivolto dalla parte del polo elevato, e si osservi se il verticale del sole è a sinistra, o a dritta di questo polo; si osservi egualmente se l'oggetto di cui s'è presa la distanza era a sinistra, o a dritta del verticale del sole. Quantevolte il verticale del sole sarà a sinistra del polo elevato, e che l'oggetto si troverà nello stesso tempo a sinistra di questo verticale, si sommi la differenza degli azimut coll'azimut del sole. Si sommino egualmente queste stesse quantità, quando il verticale del sole trovandosi alla dritta del polo elevato, l'oggetto sarà anche alla dritta di questo verticale, ma se il sole è alla dritta del polo elevato, e che l'oggetto trovisi a sinistra dello stesso verticale, e così reciprocamente, in tal caso devesi prendere la differenza che vi è fra l'azimut del sole, e la differenza in azimut risultante dal calcolo. L'azimut dell'oggetto calcolato con queste regole, sarà sempre contato dal polo elevato, e nello stesso senso dell'azimut del sole. Questa regola è generale, quantevolte s'è presa la somma de' risultati de' due calcoli; ma nel caso che si fosse sottratto l'uno dall'altro, e che la differenza degli azimut fosse risultata maggiore dell'azimut del sole, in tal caso

l'azimut dell'oggetto dovrebbe contarsi nel senso opposto a quello del sole, cioè se l'uno fosse all'Est, l'altro dovrebbe essere all'Ouest.

E S E M P I O.

Il 10 luglio 1792 a 7^{or}. della mattina, essendo a 7°.31' di latitudine Sud, e 153°.10' di longitudine orientale, si è osservata l'altezza del lembo inferiore del sole di 10°.30'; nello stesso istante si è presa la distanza della sommità d'una montagna che si vedeva in lontananza dal lembo più vicino del sole; ed è stata trovata di 95°.16'. Questa montagna si trovava a sinistra del verticale del Sole, e l'altezza osservata della sua parte più elevata era nell'istante dell'osservazione di 3°.20'; l'elevazione dell'occhio dell'osservatore era di 6^m, 17. Si domanda il rilevamento di questa montagna.

Latitudine S.

Longitudine orientale

in tempo

Ora approssimata del luogo

Ora di Parigi

Declinazione del S.

Distanza dal polo elevato

Altezza osservata del S.

Elevazione dell'occhio 6^m, 17. Abbas.

Semi-diametro del S.

Altezza apparente del S.

Rifrazione

Altezza vera del S.

7°.31'
153°.10
10 ^{or} .37'
19 . 0
8 ^{or} .23'
22°.14'N.
112 .14
10°.30'
4
10°.26'
+ .16
10°.42'
5
10°.37'

Distanza dal lembo il più vicino del S.	95° .16'
Semi-diametro del S.	+ .16
Distanza dal centro del S.	95° .32'

Altezza della montagna	3° .20'
Elevazione dell'occhio 6 ^m , 17. Ahbas.	4
Altezza apparente della Montagna	3° .16'

Calcolo dell'azimut del S.

Distanza polare del S.	112° .14'
Altezza vera del S.	10 .37 com.cos. 0,00750
Latitudine	7 .31 com.cos. 0,00375

Somma	130° .22'
Semi-somma	65 .11 cos. 9,62296
Dist.pol.—semi-som.	47 .3 cos. 9,83338

Somma	19,46759
Semi-somma	cos. 9,73379
Semi-angolo azimutale	57° .12'
Doppio. Il Sole restava al S.	114° .24'E

Calcolo della differenza degli azimut.

Distanza apparente del S.	95°. 32'	
Altezza apparente del S.	10°. 43	com.cos.0,00762
Altezza apparente della mont.	3 .16	com.cos.0,00071
Somma	109°. 30'	
Semi-somma	54 . 45	cos.9,76129
Distan. appar. semi-som.	40 . 47	cos.9,87920
Somma		19,64882
Semi-somma		cos. 9,8244'
Semi-differenza degli azimut.		48°. 8'
La mont. a sin. del vert. del S. Diff. degli azim.		96 . 16
Il S. a sinistra del polo elevat., restava per S.		114 . 24E
Si sommi.	La Montagna restava al S.	210°. 40'
Si tolga 180°.	ossia al N.	30 . 40 O

La latitudine è Sud in quest'esempio, per conseguenza il polo elevato, è il po' o Sud, e tutt'i rilevamenti che si concludono immediatamente dal calcolo, devono essere contati a partire da questo polo. L'azimut del sole è 114° . 24', e poichè l'osservazione è stata fatta la mattina, il suo rilevamento è Sud 114° . 24' Est; il verticale del sole era dunque a sinistra del polo elevato. Ma la montagna si trovava nell'istante dell'osservazione anche a sinistra del verticale del sole; perciò bisogna sommare insieme l'azimut del sole, e la differenza degli azimut; la loro somma sarà il rilevamento della montagna contato dal polo Sud verso l'Est, ossia nello stesso senso che si è contato l'azimut del sole. In tal caso la somma di queste due quantità

è $210^{\circ}.40'$ ed è maggiore di 180° ; dal che si ricava che la montagna è al di là del polo Nord, ed a sinistra di questo polo; per conseguenza bisogna togliere 180° , ed il residuo sarà il rilevamento della montagna, ossia Nord $30^{\circ}.40'$ Ouest, come di sopra s'vede.

144. Si è detto che potevasi ottenere l'azimut del sole con $2'$ di differenza; la differenza dell'azimut di quest'astro da quello d'un oggetto terrestre può essere anche calcolata di $2'$ a $3'$. In conseguenza, conformandosi alle regole date relativamente alle circostanze nelle quali si deve fare l'osservazione, si avrà la certezza che i rilevamenti astronomici risultanti dal calcolo non potranno essere errati che di 4 in 4 minuti.

145. Quando il sole passa pel meridiano al disotto di 60° . di altezza, si può ottenere, come s'è detto, il rilevamento astronomico d'un oggetto terrestre, con un'osservazione fatta fra 10 e mezza della mattina, ed un ora e mezza della sera. Questi rilevamenti potranno anche essere osservati molto vicini al passaggio del sole pel meridiano. In tal caso bisogna contare le ore corrispondenti alle distanze del sole dall'oggetto con un orologio a secondi di cui siasi osservato l'avanzamento, o il ritardo sul tempo vero, qualche tempo prima di prendere questa distanza, o dopo d'averla misurata. L'avanzamento, o il ritardo dell'orologio servirà per trovare l'ora che si doveva contare nel luogo dell'osservazione dell'angolo orario nell'istante in cui si è osservato il rilevamento astronomico.

Bisognerà per mezzo del cammino fatto in longitudine rapportare quest'ora al luogo in cui s'è osservato il rilevamento, e si otterrà l'ora vera corrispondente alla distanza del sole dall'oggetto. Se questa distanza è stata presa prima del passaggio pel meridiano.

se ne prenderà il complemento a 24 ore, o a 12 ore, e si avrà l'angolo orario del sole; ma nel caso in cui fosse stata osservata dopo mezzogiorno, l'angolo orario sarà eguale all'ora del luogo dell'osservazione. Si calcolerà l'ora di Parigi che le corrisponde per mezzo della longitudine; quest'ora servirà a trovare la declinazione del sole, dalla quale si concluderà la sua distanza dal polo elevato. La distanza polare del sole, il complemento della latitudine, e l'angolo orario del sole, sono i tre dati, che servono a calcolare l'azimut: ecco le regole da seguire per farne il calcolo.

146. Si scriva la distanza polare del sole, e si metta al disotto del complemento della latitudine; si prenda la somma di queste due quantità, e subito dopo la loro differenza. Si scriva dopo la semi-somma, e la semi-differenza, al disotto della semi-differenza si scriverà l'angolo orario, e se ne prenderà la metà. Si sommeranno insieme il complemento del seno della semi-somma, il logaritmo del seno della semi-differenza, ed il logaritmo della cotangente del semi-angolo orario, la somma sarà il logaritmo della tangente d'un arco che si chiamerà il primo angolo. Si scriverà alla dritta di questi primi logaritmi, il complemento aritmetico del logaritmo del coseno della semi-differenza, e'l logaritmo della cotangente del semi-angolo orario. Si sommeranno parimente insieme questi tre logaritmi, e si avrà il logaritmo della tangente d'un secondo arco che si cercherà nelle tavole.

Bisogna osservare che questi due calcoli hanno un logaritmo comune, e che bisogna cercare nelle tavole solo cinque logaritmi. Il calcolo sarà di molto abbreviato, se si trascurano i secondi di tutt'i dati, e prendansi il logaritmi con cinque cifre decimali. Si disporranno questi dati come si vede nell'esempio seguente,

in tal caso dopo d'aver preso il complemento aritmetico del logaritmo del seno della semi-somma, si potrà prendere quello del suo coseno che si trova a lato; si prenderà egualmente il logaritmo del coseno delle semidifferenza, subito dopo d'aver preso quello del suo seno.

Quantevolte il sole passa pel meridiano dal lato del polo depresso; si sommino insieme il primo, ed il secondo angolo che si è calcolato; la loro somma sarà l'azimut del sole, che sarà contato dal polo elevato; cioè in questo caso, dal lato opposto a quello del passaggio pel meridiano: esso dunque sarà maggiore di 90° , ed anche s'avvicinerà spesso a 180° .

Allorchè il sole passa pel meridiano dal lato del polo elevato, si prenda la differenza de' due angoli trovati col calcolo, questa differenza sarà l'azimut del sole, che in tal caso sarà contato cominciando dal polo elevato, cioè dal lato nel quale il sole passa pel meridiano, e sarà sempre minore di 90° .

Si calcolerà la differenza degli azimut del sole, e dell'oggetto di cui s'è osservata la distanza, secondo le regole date nell'art. 142, e si concluderà l'azimut dell'oggetto, ossia il suo rilevamento, nello stesso modo che si era calcolato l'azimut del sole colla sua altezza.

L'esempio che segue renderà più chiare le sopra-scritte regole.

E S E M P I O

Il 17 giugno 1792, essendo a $22^{\circ}.53'$ di latitudine Sud, ed a $164^{\circ}.43'$ di longitudine orientale, quando un orologio segnava $2^{\text{or}}.25'.31''$, si è osservata la distanza del lembo il più vicino del sole dalla sommità dell'isola de' Pini, situata all'estremità Sud-Est della Nuova Caledonia, ed era di $85^{\circ}.51'$. L'isola de' Pini si trovava alla dritta del verticule del sole. L'altezza del lembo inferiore del sole nello stesso istante era di $43^{\circ}.11'$; quella dell'oggetto $5^{\circ}.10'$, l'occhio dell'osservatore era elevato di 6^{m} , 17 sulla superficie del mare.

Per mezzo dell'osservazione dell'altezza del sole fatta la mattina si era riconosciuto che l'orologio avanzava sul tempo vero di $2^{\text{or}}.2'.27''$, il luogo dell'osservazione del rilevamento era di $2'$ di grado, ossia di 8 secondi in tempo, nell'Ouest del luogo dove erasi osservato l'angolo orario.

Ora dell'orologio	$2^{\text{or}}.25'.31''$
Avanz. sul tempo vero. Si tolga	$2 \quad . \quad 2 \quad . \quad 27$
Ora del luogo dell'angolo orario	$0^{\text{or}}.23'.4''$
Il luogo del rilevamento all'O. di	8
Tempo vero del rilevamento, ossia	
Angolo orario.	$0^{\text{or}}.22'.56''$
Angolo orario in gradi	$5^{\circ}.44'$
Latitudine S.	$22^{\circ}.53'$
Complemento della latitudine	$67 \quad . \quad 7$
Longitudine orientale	$164 \quad . \quad 43$

Longitudine in tempo	{	10 . 59
Ora del rilevamento		0 . 23

Ora di Parigi	13 ^{or.} . 24'
Declinazione del S. N.	23° . 25'
Distanza del S. dal polo elevato	113 . 25

Altezza osservata del S.	43° . 11
Elevaz. dell'occhio 6 ^m , 17. Abbass.	4

Semi-diametro del S.	43° . 7
	+ . 16

Altezza apparente del S.	43° . 23'
--------------------------	-----------

Distanza dal lembo il più vicino del S.	85° . 51'
Semi-diametro del S.	+ . 16

Distanza del centro del S.	86° . 7'
----------------------------	----------

Altezza osservata della montagna	5° . 10'
Elevaz. dell'occhio 6 ^m , 17. Abbass.	4

Altezza apparente della montagna	5° . 6'
----------------------------------	---------

Calcolo dell'azimut del Sole.

Dist. del S. dal polo el. $\{ 113^{\circ}.25$
 Complem. della latit. $\{ 67 . 7$

Somma $180^{\circ}.32'$
 Differenza $46 . 18$

Semi-somma	$90^{\circ}.16'$	com. sen. 0,00000	cos. cos. 2,33216
Semi-differenza	$23 . 9$	sen. 9,59455	cos. 9,96354
Angolo orario	$5 . 44$		
Semi-ang. orario	$2 . 52$	cot. 1,30038	cot. 1,30038

$\text{tang. } 0,89493 \quad \text{tang. } 3,59608$
 $1^{\circ} . \text{ang. } 82^{\circ}. 44' 11^{\circ} . \text{ang. } 89^{\circ}. 59'$
 $1^{\circ} . \text{ang. } 82 \quad 44$

Il sole passa pel meridiano dalla parte del
 polo abbassato.

Si sommi.

$172^{\circ}.43'$

Il sole restava al S.

$172^{\circ}.43'.0$

Calcolo della differenza degli azimut.

Distanz. appar. dal S.	86°. 7'	
Altez. apparent. del S.	43. 23	{ com. cos. 0, 13860
Altez. ap. della mont.	5. 6	com. cos. 0, 00172
Somma	134°. 36'	
Semi-somma	67. 18	cos. 9, 58648
Dist. app.—semi-som.	18. 49	cos. 9, 97615
Somma		19, 70295
Semi-somma		9, 85147
Semi-differenza degli azimut		44°. 44'
La mont. a dritta del vert. del S. Diff. degli azimut.		89. 28
Il S. a dritta del polo elevato, resta per S.	172. 43	O.
Si sommi. La montagna restava per S.	262°. 11'	O.
Se ne tolga 180°. ossia al N.	82. 11.	E.

L'osservazione è stata fatta dopo mezzogiorno, per conseguenza il sole era alla dritta del polo Sud, che in questo caso era il polo elevato; ma la montagna era ancora alla dritta del verticale del sole; bisogna dunque sommare insieme l'azimut del sole, e la differenza degli azimut.

La somma di 262°. 11' è un arco contato dal polo Sud andando verso l'Ouest, ossia nello stesso senso dell'azimut del sole. Quest'arco essendo maggiore di 180°, deve avere il suo termine al di là del Nord. Bisogna dunque sottrarre 180°. dalla somma trovata; in tal caso il vero rilevamento della montagna è il Nord 82°. 11' Est, come disopra s'è veduto.

147. I rilevamenti astronomici osservati verso il

mezzogiorno, non possono essere generalmente tanto precisi quanto quelli che risultano da un osservazione fatta allorchè il sole è poco elevato sull'orizzonte; ma sono sempre preferibili ai rilevamenti osservati con una bussola, quante volte siano presi conformemente alle regole date nell'art. 141, relativamente alle circostanze nelle quali quest'osservazione deve farsi. Quando il sole non sarà elevato di più di 40° . l'errore che vi può essere non sarà mai maggiore di $6'$ ad $8'$, e se l'altezza del sole s'approssima a 60° ., non sorpasserà mai 12 o 14 minuti. È necessario intanto di osservare che questi errori ordinariamente saranno sempre minori del valore assegnato per essi.

148. Volendo impiegare i rilevamenti astronomici alla costruzione delle carte idrografiche, ossia marine, bisogna scegliere l'oggetto della costa il meglio configurato, ed il più vantaggiosamente situato, relativamente al verticale del sole, ed osservare il suo rilevamento.

Nel mentre si farà questa osservazione, molti osservatori misureranno cogli strumenti a riflessione, le distanze angolari dell'oggetto rilevato su di tutti gli altri oggetti che si preferisce di situare sulla carta. Per mezzo di tutti questi angoli sarà facile di concluderne il rilevamento di ogni oggetto in particolare. Gli errori delle distanze angolari misurate cogli ottanti o coi sestanti più ordinarj non saranno mai più di $1'$ o $2'$. Tutt'i rilevamenti osservati in questo modo, avranno dunque quasi la precisione del rilevamento astronomico dal quale derivano; e le carte costrutte con questi rilevamenti, avranno perciò la più grande esattezza.

149. Le circostanze non permettono sempre di osservare de' rilevamenti astronomici, ed in questo caso bisogna rilevare gli oggetti con una bussola; ma per ciò

fare devesi seguire il metodo qui appresso indicato, per mezzo del quale si ha il vantaggio di rimediare in parte alle inesattezze de' rilevamenti fatti colla bussola. Si supponga, in tutto quel che si dirà, che siasi determinata la declinazione dell'ago calamitato colla massima esattezza possibile, secondo i metodi dati in questo capitolo. Si scelga un oggetto ben distinto, e lontano abbastanza, acciò il suo rilevamento non potesse cambiare sensibilmente durante l'osservazione, gli oggetti che si vedono di prora, o di poppa al bastimento sono da preferirsi. Si osservi primieramente con una bussola l'oggetto che si è perscelto; in seguito si cambiino di posizione i traguardi, e si prenda un secondo rilevamento. Facendo in questo modo tre o quattro osservazioni, si avrà per mezzo di tutt'i rilevamenti osservati un ultimo rilevamento, che sarà molto più esatto che se un solo se ne fosse preso. Nel tempo che si prende questo rilevamento, altri osservatori devono misurare cogli strumenti a riflessione, come nel caso precedente, le distanze angolari dell'oggetto rilevato da tutti gli altri, che si vuol situare sulla carta, questi angoli faranno conoscere il rilevamento in particolare di ognuno degli oggetti. Le distanze angolari possono considerarsi come esattissime; perciò gli errori de' rilevamenti saranno quasi gli stessi, ed avranno in conseguenza poca influenza sulle posizioni relative che devono concludere da tutti questi rilevamenti.

F I N E.



N O T E.

L'oggetto del precedente Trattato è stato quello d'insegnare il modo di fare le osservazioni astronomiche quando si sta sul mare; e si è abbastanza parlato del metodo di calcolarle. Ciò non ostante si è stimato opportuno di aggiungere alle regole già prescritte alcuni schiarimenti adattati a facilitarne l'applicazione. Ecco perchè si è avuto cura di spiegare per mezzo di ragionamenti semplici le diverse regole derivanti dalle prime nozioni della sfera, onde renderle agevoli a tutte le classi de' lettori; ma è stato per altro indispensabile di riservare per la fine dell'Opera la dimostrazione di quelle che dipendono dalla teoria più complicata della risoluzione de' triangoli sferici. Ed è questo il luogo di adempiere a tal proposito. Faremo quindi conoscere come si ritrovano le formole per mezzo delle quali devono farsi i diversi calcoli de' quali si sono dati gli esempj; in seguito svilupperemo i principj della costruzione delle nuove tavole destinate a fare il rapporto d'un'altezza presa in un luogo qualunque ad un altro luogo poco distante dal primo, e situato sotto lo stesso meridiano. Sarà anche utile il conoscere l'uso che potrebbesi fare delle stesse ta-

vole per correggere le altezze osservate della Luna, e del Sole a fin di ottenere la distanza ridotta di questi due astri, nell'ipotesi che la terra è uno sferoide schiacciato verso i poli. Si darà in fine la dimostrazione d'un metodo molto semplice, e di cui si è già fatta parola, che può servire per calcolare l'inclinazione del raggio visuale, quando termina al basso d'una costa dalla quale l'orizzonte si trova circoscritto. Dopo d'averne presa conoscenza si potrà giudicare de' motivi pe' quali non se n'è fatto alcun uso.

Sia $ZHNO$ (*fig. 1.*) il meridiano, Z il zenit, HO l'orizzonte. Se P è il polo elevato, ed EQ l'Equatore, l'arco PO sarà eguale alla latitudine, e ZP sarà il suo complemento a 90° . Si supponga che il Sole sia al punto S del parallelo all'equatore RV , l'arco PS sarà la distanza del Sole dal polo elevato, e l'arco SI , sarà la sua altezza; per conseguenza SZ , ch'è la distanza di quest'astro dal Zenit sarà il complemento dell'altezza. Il triangolo ZPS è formato dalla distanza polare SP , e dai lati ZP , e ZS , che sono i complementi della latitudine e dell'altezza. Si deve osservare che l'angolo ZPS , formato dal cerchio di declinazione SP ed il meridiano, è l'angolo orario dell'astro S ; l'angolo formato dal verticale ed il meridiano è l'azimut; in fine l'angolo ZSP formato dal verticale ZS , e dal cerchio di declinazione PS , è l'angolo di variazione. Sia che voglia conoscersi l'angolo orario, o l'azimut di un astro coll'osservazione della sua altezza, o che si voglia calcolare l'altezza coll'angolo orario, come ancora la latitudine

coll'angolo di variazione, è necessario di risolvere il triangolo ZSP.

Si chiami H l'altezza SI dell'astro, D la sua distanza dal polo elevato, L la latitudine PO, h l'angolo orario ZPS, A l'azimut PZS, e V l'angolo di variazione ZSP, si avranno le denominazioni di tutte le parti del triangolo ZPS, ed esse sono quelle di cui si farà uso ne' seguenti calcoli.

La Trigonometria insegna diverse formole, le quali tutte sarebbero proprie per calcolare ciascuna di queste sei quantità, quando se ne conoscono tre altre. Fra i metodi conosciuti si è stimato di attenersi a quelli generalmente riguardati come più semplici; e se si è procurato d'introdurne de' nuovi ciò ha avuto luogo perchè essi ci sono sembrati più atti che gli antichi a rendere i calcoli più semplici, e le operazioni più uniformi (*).

(*) Perchè non s'incontri diffomità tra questo Trattato, e quelli stabiliti pel Corso Matematico ad uso de' Guardiamarina Napolitani, ove farà uopo, si citerà per la Trigonometria il § del Vol. IV. del suddetto Corso.

NOTA I. (ALL' ART. 75.)

Calcolo dell'angolo orario.

Si ha generalmente, nel triangolo ZPS,

$$\cos. ZPS = \frac{\cos. ZS - \cos. PZ \cdot \cos. PS}{\sin. PZ \cdot \sin. PS}; \quad (n. 151. Trig.)$$

ma $ZPS = h$, $ZS = 90^\circ - H$, $PZ = 90^\circ - L$ e $PS = D$; si avrà dunque la seguente equazione:

$$\cos. h = \frac{\sin. H - \sin. L \cos. D}{\cos. L \sin. D}.$$

Secondo le regole della trigonometria,

$$\cos. h = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} h, \quad (40. Trig.)$$

$$\text{e } \sin. L \cos. D = \sin. (L + D) - \cos. L \sin. D \quad (45. Trig.)$$

Che perciò sostituendo nell'equazione precedente, in luogo di $\cos. h$, e di $\sin. L \cos. D$ i loro valori, si avrà

$$2 \sin^2 \frac{1}{2} h = \frac{\sin. (L + D) - \sin. H}{\cos. L \sin. D}$$

Ma

$$\sin. (L + D) - \sin. H = 2 \cos. \frac{1}{2} (L + D + H) \sin. \frac{1}{2} (L + D - H)$$

(61 n. vi. Tr.): dunque

$$\sin^2 \frac{1}{2} h = \frac{\cos. \frac{1}{2} (L + D + H) \sin. \frac{1}{2} (L + D - H)}{\cos. L \sin. D};$$

o pure

$$\sin. \frac{1}{2} h = \sqrt{\frac{\cos. \left(\frac{L + D + H}{2} \right) \sin. \left(\frac{L + D - H}{2} \right)}{\cos. L \sin. D}}$$

Le regole dell'art. 75 sono ricavate da questa formola che è di Borda. Il numero de' logaritmi da cercare è lo stesso di quello che sarebbe necessario cogli altri metodi, ma la preparazione del calcolo è un poco più semplice.

NOTA II. (ALL' ART. 80.)

Calcolo dell' Altezza.

L' equazione al Problema precedente;

$$\cos. h = \frac{\text{sen. } H - \text{sen. } L \cdot \cos. D}{\cos. L \cdot \cos. D},$$

ci dà

$$\text{sen. } H = \text{sen. } L \cdot \cos. D + \cos. h \cdot \cos. L \cdot \text{sen. } D;$$

ma $\cos. h = 2 \cos^2. \frac{1}{2} h - 1$ (40 *Trig.*); e sostituendo questo valore nell' equazione si ha

$$\text{se. } H = \text{se. } L \cdot \cos. D + 2 \cos^2. \frac{1}{2} h \cos. L \cdot \text{se. } D - \cos. L \cdot \text{se. } D;$$

oppure,

$$\text{sen. } H = 2 \cos^2. \frac{1}{2} h \cos. L \cdot \text{sen. } D - \text{sen. } (D - L) \quad (45 \text{ Trig.})$$

Da un' altra parte

$$\text{sen. } H = 1 - 2 \cos^2. \frac{1}{2} (90^\circ + H),$$

e

$$\text{sen. } (D - L) = 2 \cos^2. \frac{1}{2} [90^\circ - D - L] - 1 \quad (*)$$

Sostituendo questi valori nell' equazione precedente si ha

$$\cos^2. \frac{1}{2} (90^\circ + H) = \cos^2. \frac{1}{2} (90^\circ - D - L) - \cos^2. \frac{1}{2} h \cos. L \cdot \text{se. } D$$

donde si ricava

(*) Questa formola, e la precedente si rileva dalla prima equazione del §. 44 *Trig.*, coll' avvertenza che $\cos (90^\circ + \varphi) = -\text{sen. } \varphi$ e $\cos (90^\circ - \varphi) = \text{sen. } \varphi$

$$\text{sen. } M = \frac{\cos.^{1/2} h. \sqrt{\cos L. \text{sen. } D}}{\cos.^{1/2} [90^\circ - (D - L)]}$$

e

$$\cos.^{1/2}(90^\circ + H) = \cos.^{1/2}[90^\circ - (D - L) \cos. M.]$$

Borda ha dato nel suo *Trattato del Cerchio a riflessione* le formole seguenti per risolvere lo stesso problema

$$\text{tang. } M = \frac{\text{sen. }^{1/2} L. \sqrt{(\cos. L. \text{sen. } D)}}{\text{sen. }^{1/2}(90^\circ - L + D)}$$

e

$$\text{sen. }^{1/2}(90^\circ - H) = \frac{\text{sen. }^{1/2}(90^\circ - L + D)}{\cos. M}$$

Si deve principalmente osservare che $\text{sen. }^{1/2}(90^\circ - H) = \cos.^{1/2}(90^\circ + H)$; ma si ricava più facilmente l'altezza da $^{1/2}(90^\circ + H)$ che da $^{1/2}(90^\circ - H)$, ed è questo uno de' vantaggi della formola adottata. In seguito secondo la disposizione del calcolo, si ottiene anche più prontamente $\cos.^{1/2}(90^\circ - D - L) \times \cos. M$ che $\frac{\text{sen. }^{1/2}(90^\circ - L + D)}{\cos. M}$; il

nostro metodo rende alquanto più semplici tutte le operazioni

. NOTA III. (ALL' ART. 67.)

Calcolo della latitudine con due altezze del Sole prese fuori del meridiano, e coll' intervallo di tempo scorso fra le osservazioni.

Sia *S* (fig. 1. e 2.) il luogo del Sole nel momento dell'osservazione della piccola altezza, *S'* il luogo del sole nell'istante dell'osservazione dell'altezza grande. *S'* immagini che i due luoghi del Sole siano uniti con un arco di cerchio massimo *SS'*; si conservino le denominazioni adottate, e si chiami inoltre *H'* l'altezza grande *S'I'*, e *t* l'intervallo di tempo scorso fra le osservazioni, ridotto in gradi.

L'angolo *SPS'* formato dai due cerchi di declinazione *PS*, e *PS'* è eguale a *t*, e l'arco di cerchio massimo *SS'* è la distanza de' luoghi dal Sole.

Ciò posto; nel triangolo *SPS'*, che si suppone isoscele per abbreviare l'operazione, si calcoli la distanza *SS'*, ed il primo angolo al Sole *PSS'*, formato da questa distanza, e dal cerchio di declinazione corrispondente all'altezza piccola. Sono perciò noti nel triangolo *ZSS'*, i tre lati, de' quali uno è la distanza de' luoghi dal Sole, e gli altri sono i complementi delle due altezze osservate, si può dunque calcolare il secondo angolo al sole *ZSS'* formato dal cerchio di distanza, e dal verticale del Sole, nel momento dell'

osservazione della piccol' altezza. La differenza de' due angoli al sole $PSS' - ZSS'$ fig. 1, o la di loro somma $PSS' + ZSS'$, fig. 2., è l'angolo di variazione ZSP del triangolo ZPS, che serve a calcolare ZP, ossia la latitudine.

Distanza de' luoghi dal Sole, e primo angolo al Sole. Se si suppone che le due declinazioni sieno eguali i lati PS, e PS' saranno eguali, ed il triangolo PSS' sarà isoscele; in tal caso si ha colle regole ordinarie della trigonometria.

$$\text{sen. } \frac{1}{2} SS' = \text{sen. } \frac{1}{2} t. \text{sen. } D \quad (\text{Trig. 170. Cas. 3. I.})$$

$$\text{tang. } PSS' = \frac{\text{cot. } \frac{1}{2} t}{\cos. D} \quad (\text{Idem. III.})$$

Queste due equazioni servono per calcolare la distanza SS' ed il primo angolo al Sole PSS'.

Secondo angolo al Sole. Nel triangolo ZSS', si ha l'equazione

$$\cos. ZSS' = \frac{\cos. ZS' - \cos. ZS. \cos. SS'}{\text{sen. } ZS. \text{sen. } SS'} \quad (\text{Tr. 171. Cas. 1.})$$

Servendosi delle denominazioni addottate si avrà

$$\cos. ZSS' = \frac{\text{sen. } H' - \text{sen. } H. \cos. SS'}{\cos. H. \text{sen. } SS'}$$

ma

$$\cos. ZSS' = 1 - 2 \text{sen. }^2 \frac{1}{2} ZSS' \quad (58. N.)$$

$$\text{sen. } H. \cos. SS' = \text{sen. } (H + SS') - \cos. H \text{sen. } SS'.$$

Sostituendo questi valori di ZSS', e di $\text{sen. } H. \cos. SS'$ nell'equazione precedente, si avrà, riducendo

$$2 \text{sen. }^2 \frac{1}{2} ZSS' = \frac{\text{sen. } (H + SS') - \text{sen. } H'}{\cos. H. \text{sen. } SS'}$$

Si ha ancora (Tr. 62. vi.)

$$\text{se.}(H+SS')-\text{se.}H'=\text{aco.}^{\frac{1}{2}}(H+SS'+H')\text{se.}^{\frac{1}{2}}(H+SS'-H')$$

dunque sarà

$$\text{a.se.}^{\frac{1}{2}}ZSS'=\frac{2.\text{cos.}^{\frac{1}{2}}(H+SS'+H')\text{sen}^{\frac{1}{2}}(H+SS'-H')}{\text{cos.}H.\text{sen.}SS'}$$

o pure

$$\text{sc.}^{\frac{1}{2}}ZSS'=\sqrt{\frac{\text{co}\left(\frac{H+SS'+H'}{2}\right).\text{se.}\left(\frac{H+SS'+H'}{2}-H'\right)}{\text{cos.}H.\text{sen.}SS'}}$$

Questa formola colla quale si trova il secondo angolo al Sole è analoga a quella di cui si fa uso nell'angolo orario. I dati devono essere disposti nello stesso modo, e la preparazione del calcolo deve essere anche semplice.

Latitudine. Il triangolo ZSP dà (Tr. 131.)

$$\text{cos.}PSZ=\frac{\text{cos} ZP-\text{cos.}PS \text{ cos} ZS}{\text{sen.}PS.\text{sen.}ZS}$$

o pure

$$\text{cos.}V=\frac{\text{sen.}L-\text{cos.}D \text{ sen.}H}{\text{sen} D.\text{cos.}H}$$

donde ne segue

$$\text{sen.}L=\text{cos} V.\text{sen} D.\text{cos.}H+\text{cos.}D.\text{sen.}H.$$

ed essendo (Tr. 44.) $\text{cos.}V=2.\text{cos.}^2\frac{1}{2}V-1$, sostituendo questo valore di $\text{cos.}V$ nella formola precedente si ha

$$\text{sen} L=2.\text{cos.}^2\frac{1}{2}V \text{ sen.}D.\text{cos.}H=\text{sen.}(D-H);$$

ma (Tr. 44.)

$$\text{sen.}L=1-2.\text{cos.}^2\frac{1}{2}(90^\circ+L),$$

e

$$\text{sen.}(D-H)=2.\text{cos.}^2\frac{1}{2}[90^\circ-(D-H)]-1.$$

Sostituendo questi valori di $\text{sen.} L$ e $\text{sen.}(D-H)$ si avrà

$$\cos.^{\circ} \frac{1}{2}(90^{\circ} + L) = \cos.^{\circ} \frac{1}{2}[90^{\circ} - (D-H)] - \cos.^{\circ} \frac{1}{2} V. \text{sen.} D. \cos. H ;$$

donde si ricava

$$\text{sen.} M = \frac{\cos.^{\circ} \frac{1}{2} V \sqrt{\text{sen.} D \cos H}}{\cos \frac{1}{2}[90^{\circ} - (D-H)]}$$

$$\text{e} \quad \cos \frac{1}{2}(90^{\circ} + L) = \cos \frac{1}{2}[90^{\circ} - (D-H)] \cos. M.$$

Questa formola è analoga a quella che serve per calcolare l'altezza, e vi si trovano perciò gli stessi vantaggi.

NOTA IV. (ALL'ART. 113.).

Calcolo della distanza vera della luna dal Sole, o da una stella.

Sia Z il zenit (*fig. 3*), ZH il verticale della luna, e ZO quello del sole. Se L è il luogo apparente della luna, ed L' il luogo vero, come anche se S è il luogo apparente dal sole ed S' il luogo vero, SL sarà la distanza apparente, ed $S'L'$ la distanza vera. Si chiami H l'altezza apparente HL della luna, ed H' la sua altezza vera; B l'altezza apparente del sole e B' l'altezza vera; Δ la distanza apparente, ed x la distanza vera che si cerca.

Ciò posto, nel triangolo LZS , formato dalla distanza apparente di ciascun astro dal zenit, si ha

$$\cos. Z = \frac{\cos \Delta - \text{sen.} H. \text{sen.} B}{\cos. H. \cos. B}$$

Nel triangolo L'ZS' delle altezze vere, e della distanza vera, si ha

$$\cos.Z = \frac{\cos.x - \text{sen}.H' \text{sen}.B'}{\cos.H' \cos.B'}$$

dunque

$$\frac{\cos.\Delta - \text{sen}.H \text{sen}.B}{\cos.H \cos.B} = \frac{\cos.x - \text{sen}.H' \text{sen}.B'}{\cos.H' \cos.B'}$$

ma

$$\text{sen}.H \text{sen}.B = \cos.H \cos.B - \cos.(H+B),$$

$$\text{sen}.H' \text{sen}.B' = \cos.H' \cos.B' - \cos.(H'+B');$$

Sostituendo questi valori di $\text{sen}.H \text{sen}.B$, e di $\text{sen}.H' \text{sen}.B'$, si avrà

$$\frac{\cos.\Delta + \cos.(H+B)}{\cos.H \cos.B} = \frac{\cos.x + \cos.(H'+B')}{\cos.H' \cos.B'}$$

$$\cos.x = \frac{\cos.H' \cos.B'}{\cos.H \cos.B} [\cos.\Delta + \cos.(H+B)] - \cos.(H'+B').$$

Or si sa (Tr. 62. VII.) che

$$\cos.\Delta + \cos.(H+B) = 2 \cos.\frac{1}{2}(H+B+\Delta) \cos.\frac{1}{2}(H+B-\Delta)$$

$$\text{ed è pure } \cos.(H'+B') = 2 \cos.\frac{1}{2}(H'+B') - 1,$$

$$\cos.x = 1 - 2 \text{sen.}^2 \frac{1}{2}x.$$

sostituendo questi valori nell'equazione, si avrà

$$\text{sen.}^2 \frac{1}{2}x = \cos.^2 \frac{1}{2}(H'+B') \dots \dots \dots$$

$$= \frac{\cos.\frac{1}{2}(H+B+\Delta) \cos.\frac{1}{2}(H+B-\Delta) \cos.H' \cos.B'}{\cos.H \cos.B}$$

Si faccia ora

$$\text{sen}.M = \sqrt{\frac{\cos.\frac{1}{2}(H+\Delta) \cos.\frac{1}{2}(H+B-\Delta) \cos.H' \cos.B'}{\cos.H \cos.B \cos.\frac{1}{2}(H'+B')}}.$$

si avrà infine

$$\text{sen.}\frac{1}{2}x = \cos.\frac{1}{2}(H'+B') \cos.M.$$

Questa formola è conosciuta sotto il nome di *Borda*; ed è quella di cui più generalmente si fa uso, servendosi delle tavole de' logaritmi ordinarj.

NOTA V. (ALL' ART. 132.).

Calcolo dell' azimut e dell' amplitudine del Sole.



Il triangolo ZSP (*fig. 1. e 2.*) ci dà l' equazione

$$\cos. PZS = \frac{\cos. PS - \cos. PZ. \cos. SZ}{\sin. PZ. \sin. SZ}$$

o pure

$$\cos. A = \frac{\cos. D - \sin. L. \sin. H}{\cos. L. \cos. H}$$

ma (*Tr. 44.*)

$$\cos. A = 2 \cos.^2 \frac{1}{2} A - 1,$$

e (*Tr. 48.*)

$$\sin. L. \sin. H = \cos. L. \cos. H - \cos. (L + H).$$

Sostituendo questi valori di $\cos. A$, e di $\sin. L. \sin. H$ nell' equazione precedente si ha

$$2 \cos.^2 \frac{1}{2} A = \frac{\cos. D + \cos. (L + H)}{\cos. L. \cos. H}.$$

Secondo le regole conosciute

$$\cos. D + \cos. (L + H) = 2 \cos.^2 \frac{1}{2} (D + L + H) \cos.^2 \frac{1}{2} (L + H - D),$$

si avrà dunque

$$\cos. \frac{1}{2} A = \frac{\cos. \frac{1}{2} (D+L+H) \cos. \frac{1}{2} (L+H-D)}{\cos. L \cos. H}$$

o pure

$$\cos. \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\cos. \left(\frac{D+L+H}{2} \right) \cos. \left(\frac{D+L+H}{2} - D \right)}{\cos. L \cos. H}}$$

Questa formola è ricavata dal Trattato del cerchio di riflessione. Guardando le *fig. 1. e 2.* si vede, che l'angolo PZS è sempre formato dal verticale del Sole, e dalla porzione del meridiano ch'è dal lato del polo elevato. Perciò l'azimut calcolato A deve, in ogni caso, essere contenuto dal polo elevato sull'orizzonte come si è detto nell'art. 132.

Ritornando all'equazione

$$\cos. A = \frac{\cos. D - \operatorname{sen} L \operatorname{sen} H}{\cos. L \cos. H}$$

Si supponga che il sole sia sull'orizzonte, in tal caso H, e $\operatorname{sen} H$ diventano uguali a zero, $\cos. H = 1$, e si ha

$$\cos. A = \frac{\cos. D}{\cos. L}$$

Impiegando la declinazione d in vece della distanza polare, si ha $\operatorname{sen} d = \cos D$. Dall'altra parte, $90^\circ - A$, o $A - 90^\circ$ è l'amplitudine dell'astro, si avrà dunque

$$\operatorname{sen. amplitudine} = \frac{\operatorname{sen.} d}{\cos. L}$$

Questa formola ci ha servito per calcolare l'amplitudine del sole (*Vrd. art. 136.*).

Le regole già date nell'art. 146, per calcolare l'azimut del sole per mezzo dell'angolo orario derivano da due analogie di Neper molto conosciute, le quali

servono a calcolare uno degli angoli di un triangolo sferico, quando sono noti due lati, e l'angolo compreso fra questi due lati. In fatti, fig. 1, e 2, nel triangolo PZS, essendo noti l'angolo ZPS= h , il lato PZ= $90^\circ-L$, ed il lato PS= D , si ha (Tr. 200.)

$$\text{tang. } \frac{1}{2}(A+V) = \cot. \frac{1}{2}h \frac{\text{sen. } \frac{1}{2}[(90^\circ-L) \cos D]}{\text{sen. } \frac{1}{2}[(90^\circ-L)+D]} \quad (*)$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2}(A+V) = \cot. \frac{1}{2}h \frac{\cos. \frac{1}{2}[(90^\circ-L) \cos D]}{\cos. \frac{1}{2}[(90^\circ-L)+D]}$$

Allorchè il sole passa pel meridiano dal lato del polo abbassato, fig. 1, A è maggiore di V , e si avrà

$$A = \frac{1}{2}(A-V) + \frac{1}{2}(A+V),$$

cioè che l'azimut è uguale alla somma del primo, e del secondo angolo. Se il sole passi pel meridiano dalla parte del polo elevato, fig. 2., A è minore di V , e si avrà

$$A = \frac{1}{2}(A+V) - \frac{1}{2}(V-A)$$

cioè che l'azimut è eguale alla differenza del primo e del secondo angolo. Si può scorgere chiaramente nella fig. 1. e 2., che l'angolo A è sempre contato, ne' precedenti calcoli, dal polo elevato.

(*) Questo segno $\pm$ introdotto per la prima volta, per quanto a noi pare, nelle formole trigonometriche dal Cagnoli, serve a determinare in una formola, come p. e. $A-V$, che secondo i diversi casi debba V sottrarsi da A , o A da V , cioè comprende le due espressioni $A-V$ ed $V-A$. N. T.

NOTA VI. (ALL' ART. 142.)

Calcolo della differenza che vi è fra l'azimut del sole e l'azimut d'un oggetto terrestre.



Sia *S* il luogo apparente del sole, *M* la sommità d'una montagna della quale si è osservata la distanza *SM* dal sole. Si chiami Δ questa distanza apparente *SM*, *H* l'altezza apparente *SH* del sole, ed *O* l'altezza apparente dell'oggetto *M*; sia inoltre *Z* la differenza degli azimut, ossia l'angolo *SZM*. Nel triangolo *ZSM*, si ha

$$\cos. SZM = \frac{\cos. SM - \cos. ZS \cos. ZM}{\sin. ZS \sin. ZM}$$

o pure

$$\cos. Z = \frac{\cos. \Delta - \sin. H \sin. O}{\cos. H \cos. O}$$

ma

$$\cos. Z = 2 \cos.^2 \frac{1}{2} Z - 1$$

$$\sin. H \sin. O = \cos. H \cos. O - \cos. (H + O).$$

Sostituendo questi valori si avrà

$$2 \cos.^2 \frac{1}{2} Z = \frac{\cos. \Delta - \cos. (H + O)}{\sin. H \cos. O}$$

Or secondo le regole della trigonometria

$$\cos. \Delta - \cos. (H + O) = 2 \cos.^{1/2} (\Delta + H + O) \cos.^{1/2} (H + O - \Delta)$$

si avrà dunque

$$\cos.^2 \frac{1}{2} Z = \frac{\cos.^{1/2} (\Delta + H + O) \cos.^{1/2} (H + O - \Delta)}{\cos. H \cos. O}$$

ed in fine

$$\cos. \frac{1}{2}Z = \sqrt{\frac{\cos. \left(\frac{\Delta + H + O}{2} \right) \cos. \left(\frac{\Delta + H + O}{2} - \Delta \right)}{\cos. H \cos. O}}$$

Quest' ultima formola è di Borda ; ed è analoga a quella che serve per calcolare l'azimut del sole per mezzo dell' altezza. Le quantità che si cercano per concluderne il rilevamento astronomico d' un oggetto qualunque , si potranno ordinariamente ottenere per mezzo di due simili calcoli.

N O T A VII.

Principj secondo i quali si sono costruite le tavole destinate per trovare la correzione della più piccola delle due altezze prese fuori del meridiano , per ottenere la latitudine.



Sia A l'azimut , L la latitudine , ed H l'altezza del sole. Se δH è il cambiamento in altezza che corrisponde ad una piccola distanza δL nella latitudine , colle regole conosciute si ha $\delta H = \mp \delta L \cos. A$; il segno meno ha luogo quando il sole passa pel meridiano dalla parte del polo abbassato , e 'l segno più quando vi passa dal lato del polo elevato. Infatti nel primo caso , fig. 1. , l'angolo A è maggiore di 90° , ed il suo coseno è negativo ; nel secondo caso , fig. 2. , l'angolo A è minore

di 90° , ed il suo coseno è positivo. Se adunque si considera l'effetto che deve produrre il cambiamento in latitudine sull'altezza meridiana; si vedrà che l'errore delle altezze, quando il sole è fuori del meridiano, deve aver luogo nello stesso senso di quello dell'altezza meridiana; perciò, se si conta l'azimut A cominciando dal lato dove il sole passa pel meridiano si avrà sempre $\delta H = \text{diff. alt. merid.} \times \cos. A$. Allorchè il cambiamento in latitudine tende ad aumentare l'altezza meridiana, bisogna aggiungere δH all'altezza osservata, e sottrarla nel caso contrario. Se A è maggiore di 90° , $\cos. A$ diviene negativo, in tal caso δH deve essere impiegato con un segno differente da quello della variazione dell'altezza meridiana. Si può fare sparire quest'ultima distinzione di caso, impiegando in vece di $\cos. A$ il suo valore $1 - \text{sen-ver. } A$, e si avrà $\delta H = \text{diff. alt. merid.} - \text{diff. alt. merid.} \times \text{sen-ver. } A$. Quante volte A sarà minore di 90° , $\text{sen-ver. } A$ sarà minore dell'unità, e la correzione positiva. Quando A sarà maggiore di 90° , $\text{sen-ver. } A$ sarà maggiore dell'unità, e la correzione sarà negativa. Le tavole XII. e XIII. sono destinate per calcolare il seno verso di A , supponendo come s'è detto, che quest'angolo è contato dal lato dove il sole passa pel meridiano.

In vece della distanza polare, di cui s'è fatto uso finora, s'impieghi la declinazione del sole, e si chiami d quest'elemento.

Il triangolo PZS, *fig. 1.*, ci dà

$$\cos. A = \frac{\text{sen. } d - \text{sen. } L \text{ sen. } H}{\cos. L \cos. H}$$

e in vece

$$\text{sen-ver. } A = \frac{\cos. (L \cap H) - \text{sen. } d}{\cos. L \cos. H} \quad (\text{Tr. 44.})$$

Quando la declinazione è di denominazione differente dalla latitudine, $\text{sen}.d$ cambia di segno; si avrà dunque generalmente:

$$\text{sen}.ver.A = \frac{\cos.(L \oslash H)}{\cos.L \cos.H} \mp \frac{\text{sen}.d}{\cos.H \cos.L}$$

Il segno superiore, ha luogo quando la declinazione è della stessa denominazione della latitudine, ed il segno inferiore quando è diversa.

La pagina della tavola XII. ch'è a sinistra contiene il primo termine $\frac{\cos.(L \oslash H)}{\cos.L \cos.H}$; bisogna cercarlo

colla latitudine L e l'altezza H . La seconda pagina della diritta contiene sotto il nome di *argomento* il valore del denominatore $\cos.L \cos.H$; ed è con quest'argomento, e con la declinazione che si trova nella

tavola XIII. il secondo termine $\frac{\text{sen}.d}{\cos.L \cos.H}$.

L'angolo A che si otterrebbe col calcolo della formola precedente, sarebbe contato dal polo elevato; ma in seguito di quanto s'è detto è necessario d'ottenere l'azimut contato, in tutt'i casi, sempre dal lato per dove il sole passa pel meridiano, il quale è talvolta il polo elevato, e talvolta quello abbassato; ed a ciò si è pervenuto nel seguente modo.

Si faccia, per abbreviare,

$$\frac{\cos.(L \oslash H)}{\cos.L \cos.H} = P \quad \text{e} \quad \frac{\text{sen}.d}{\cos.L \cos.H} = S,$$

si avrà $\text{sen}.ver.A = P \mp S$

Se la declinazione e la latitudine sono della stessa denominazione, e che la declinazione sia maggiore della latitudine, il sole passa pel meridiano dal lato del polo elevato; allora si ha

$$\text{sen ver. } A = P - S$$

Quando si sarà trovato P ed S colle regole dell' articolo 40, bisognerà sottrarre il secondo termine dal primo.

Nel caso in cui la latitudine è maggiore della declinazione, il sole passa pel meridiano dalla parte del polo abbassato, ed il senoverso dell'azimut contato da questo polo è $2 - \text{sen ver. } A$; si avrà dunque

$$2 - \text{sen ver. } A = 2 - P + S = 2 + S - P$$

Bisognerà togliere il primo termine dal secondo, aumentato di due unità, come si è detto.

Quando la declinazione è di diversa denominazione della latitudine il sole passa pel meridiano dal lato del polo abbassato, e si ha

$$2 - \text{sen ver. } A = 2 - P - S = 2 - S - P$$

Nella seconda parte della tavola XIII., nella quale la declinazione deve essere di specie diversa dalla latitudine, si è scritto $2 - S$ in vece di S ; con tal metodo bisogna sottrarre il primo termine dal secondo: ma non v'è bisogno d'aumentare il secondo termine di due unità. Quel che si è chiamato moltiplicatore del cammino fatto in latitudine, è dunque il senoverso dell'azimut del sole contato dalla parte del passaggio pel meridiano; si troverà nella tavola XIV. l'arco che le corrisponde.

Le tavole XII. e XIII possono anche servire a correggere le altezze osservate nello stesso tempo che la distanza apparente della luna dal sole, o da una stella, nel caso che si volesse la distanza ridotta di questi due astri, nell'ipotesi che la terra è uno sferoide schiacciato sotto i poli. Infatti secondo quel che si è detto nell' art. 122., basta calcolare le altezze col-

la latitudine del luogo dell'osservazione della distanza, diminuita dell'angolo alla verticale. In tal caso se le altezze si sono avute direttamente per mezzo dell'osservazione, bisogna aggiugnervi, o toglierne le quantità delle quali dovevano essere maggiori, o minori, per mezzo d'una diminuzione nella latitudine, che sarebbe eguale all'angolo alla verticale. Per rendere uniforme l'uso delle tavole XII. e XIII. sarà necessario di considerare se una diminuzione nella latitudine del luogo delle osservazioni delle distanze, tendesse ad accrescere, o a diminuire l'altezza meridiana dell'astro di cui devesi correggere l'altezza. In seguito si opererà, relativamente all'angolo alla verticale, nello stesso modo che si è raccomandato di usare per riguardo al cambiamento in latitudine che ha avuto luogo fra le osservazioni d'altezze prese fuori del meridiano per ottenere la latitudine. Si avranno in questo caso delle altezze corrette che daranno la distanza vera de' due astri, nell'ipotesi che la terra è uno sferoide schiacciato sotto i poli.

N O T A VIII.

Metodi per calcolare l'inclinazione del raggio visuale che termina alla parte più bassa d'una costa dalla quale è circoscritto l'orizzonte.



Sia AO una porzione della supercie del globo, ed A il punto della costa che circoscrive l'orizzonte nel verticale d'un astro qualunque. Se dal punto B , ch'è elevato d'una quantità eguale a BO , si osserva l'altezza di quest'astro, e che si faccia coincidere la sua immagine riflessa col punto A , l'inclinazione del raggio visuale BA , che devesi trovare, sarà eguale all'angolo LBA , che questo raggio visuale fa colla linea orizzontale LB . Allorchè la distanza AB , o l'arco AO non sono noti, bisogna procurarsi l'angolo LBA nel seguente modo. Mentre un osservatore misura l'altezza dell'astro ch'è al punto B , un altro osserverà la stessa altezza da un altro punto b , molto più elevato del punto B ; la differenza delle due altezze bo , e BO , e quella de' due angoli osservati serviranno per trovare l'angolo LBA .

Si chiami I l'angolo LBA , ossia la correzione dell'altezza osservata in B , ed I' l'angolo lBA , ossia la correzione dell'altezza osservata in b . Sia h l'elevazione dell'occhio BO , ed h' l'elevazione bo . Si tiri AD perpendicolare al raggio CP ch'è prolungato sino a b . Ciò posto i triangoli rettangoli bAD , DAD dau-

no colle regole della trigonometria le due seguenti equazioni

$$\cot. AbD = \text{tang. } I' = \frac{bD}{AD}$$

$$\cot. ABD = \text{tang. } I = \frac{BD}{AD}$$

d'onde si ricava

$$\text{tang. } I' - \text{tang. } I = \frac{bD - BD}{AD}$$

Gli angoli I' ed I sono sempre d'un piccol numero di minuti, si avrà dunque senza errore sensibile (*).

$$\text{sen. } 1''(I' - I) = \frac{h' - h}{AD}$$

e

$$AD = \frac{h' - h}{\text{sen. } 1''(I' - I)}$$

ma

$$\text{tang. } I = \frac{BD}{AD} = \frac{BO + DO}{AD} = \frac{h + DO}{AD}$$

Dall'altra parte, con pochissima differenza, $\text{tang. } I = \text{sen. } 1''. I$; si avrà dunque

$$I = \frac{h}{\text{sen. } 1''. AD} + \frac{DO}{\text{sen. } 1''. AD}$$

Si deve osservare che DO è il seno verso dell'arco AO , di cui il seno AD è noto: bisogna dunque sostituire a DO il suo valore in funzione di AD .

(*) Questa ipotesi è tanto più regolare, in quantochè si tratta d'ottenere l'angolo I con qualche secondo di differenza.

Supponendo il raggio eguale all' unità , si avrà

$$\text{sen-ver. } AO = \frac{\overline{AO}^2}{2} - \frac{\overline{AO}^4}{24}$$

ed

$$AO = \text{sen. } AO + \frac{\overline{\text{sen.}}^3 AO}{24}$$

Sostituendo il valore di AO dato dalla seconda equazione nell'espressione del seno-verso di AO , si avrà , trascurando i termini che sono al disopra di quattro dimensioni.

$$\text{sen-ver. } AO = \frac{\overline{\text{sen.}}^2 AO}{2} + \frac{3.\overline{\text{sen.}}^4 AO}{24}$$

Sia a il raggio della terra , e si metta nell' equazione precedente DO in vece di sen-ver. AO , ed AD in vece di sen. AO , si avrà

$$DO = \frac{\overline{AD}^2}{2a} + \frac{3.\overline{AD}^4}{24a^3}$$

Or essendovi di già l' equazione

$$I = \frac{h}{\text{sen. } 1'' . AD} + \frac{DO}{\text{sen. } 1'' . AD}$$

sostituendovi il valore di DO , si avrà

$$I = \frac{h}{\text{sen. } 1'' . AD} + \frac{AD}{2a . \text{sen. } 1''} + \frac{\overline{AD}^3}{8a^3 \text{sen. } 1''}$$

ma

$$AD = \frac{h' - h}{\text{sen. } 1'' (I' - I)}$$

adunque l' equazione precedente diventerà

$$I = \frac{h(I' - I)}{h' - h} + \frac{h' - h}{2a . \text{sen. } 1'' (I' - I)} + \frac{(h' - h)^3}{8a^3 \text{sen. } 1'' (I' - I)^3}$$

Il valore del terzo termine sarà sempre insensibile, e si potrà in ogni caso limitare al calcolo de' due primi: si avrà dunque

$$I = \frac{h(I' - I)}{h' - h} + \frac{h' - h}{2a \cdot \text{sen.}^2 1'' (I' - I)}$$

Il primo termine si può calcolare con una semplice regola di proporzione. Pel secondo, sarebbe facile di costruire una piccola tavola con due argomenti; e colla differenza delle due altezze dell'occhio, e la differenza degli angoli osservati, si potrebbe trovarlo senza prendere le parti proporzionali.

Questo secondo termine darebbe anche il vantaggio di poter correggere l'inclinazione del raggio visuale BA dell'effetto delle rifrazioni terrestri; poichè si ha

$$\text{sen.} \hat{AO} = \text{sen.} 1'' \cdot AO; \text{ d'onde si ricava } AO = \frac{\text{sen.} \hat{AO}}{\text{sen.} 1''}$$

ossia $AO = \frac{AD}{\text{sen.} 1''}$. Volendosi AO in parti della circonferenza, bisogna prendere AD in parti di raggio, allora si ha

$$AO = \frac{AD}{a \cdot \text{sen.} 2''}, \text{ o pure } AD = \frac{h' - h}{a \cdot \text{sen.}^2 1'' (I' - I)}, \text{ donde}$$

ne segue che il secondo termine dell'espressione dell'abbassamento I è sempre eguale alla metà dell'arco terrestre compreso fra l'osservatore, ed il punto della spiaggia alla quale si riconduce l'immagine riflessa del sole. In qual caso potrà sottrarsi da questa metà la quantità ch'è necessaria per avere la rifrazione corrispondente all'intero arco.

Si riprenda l'equazione che ha dato il valore di I ,

$$I = \frac{h(I' - I)}{(h' - h)} + \frac{1}{2a \cdot \text{sen.}^2 i'' (I' - I)}$$

Differenziandola, riguardando I ed $(I' - I)$ come variabili, si avrà

$$\delta I - \delta(I' - I) \frac{h}{(h' - h)} - \delta(I' - I) \frac{(h' - h)}{2a \cdot \text{sen.} i'' (I' - I)^2}$$

L'errore del primo termine sarà di tanto più piccolo per quanto $h' - h$ sarà maggiore, o che il punto h' sarà più elevato. Il contrario accadrà pel secondo termine, ma siccome questo termine ha un segno contrario a quello del primo, il valore dell'errore d' I sarà in ogni caso diminuito di quello da cui questo termine è affetto. Si può dunque conchiudere, in primo luogo che non devesi disprezzar mai il secondo termine; ed in secondo luogo, che si deve osservare una delle due altezze in un luogo molto elevato. Uno degli osservatori deve dunque situarsi sul cassero del Bastimento, e l'altro sopra una delle coffe; in tal caso la quantità $\frac{h}{h' - h}$ potrà essere eguale ad $\frac{1}{5}$ o $\frac{1}{6}$, e l'errore

dell'angolo I sarà sempre minore d' $\frac{1}{5} \delta(I' - I)$ o

$\frac{1}{6} \delta(I' - I)$. Si otterrà l'altezza osservata del punto infe-

riore coll'approssimazione di circa $1'$; ma l'osservatore situato sulla coffa, dove il movimento del bastimento è più sensibile, non potrà misurarla che con $3'$ o $4'$ di differenza. Si potrà dunque supporre che l'errore $I' - I$ è di $4'$; in tal caso quello dell'angolo I , ossia dell'abbassamento che si otterrebbe col calcolo potrebbe essere di $\frac{4}{5}$ o $\frac{4}{6}$ d'un minuto, che sono $48''$, o $40''$.

Quante volte non si starà alla distanza di meno d'una lega da terra, vi sarà poco vantaggio a far uso di questo metodo. Si deve anche avvertire che le altezze osservate in questo modo non devono porsi in pratica per determinare delle posizioni geografiche.

Le circostanze che sembrano essere le più vantaggiose, sono quelle nelle quali il bastimento si trova alla distanza di meno di due miglia dalla costa; intanto ($I'-I$) sarà maggiore, l'errore crescerà in proporzione, e potrà essere più d'un minuto. Altronde ad una distanza così piccola da terra, le ondolazioni verso la spiaggia diventano più sensibili, ed i due osservatori sono esposti a rapportare le immagini del sole a due diversi punti, che potrebbero essere entrambi fuori del verticale del Sole. È difficile di porre a calcolo gli errori da' quali ($I'-I$) e l'altezza stessa potrebbero essere affetti in questo caso; si sa solamente che possono essere abbastanza considerabili, e rendere molto difettosi i risultamenti. È principalmente quest'ultima causa di errori quella che non ci ha fatto rapportare nel Trattato precedente il metodo di correggere le altezze osservate molto vicine alla terra colle osservazioni simultanee fatte a gradi d'elevazioni molto diversi tra loro. Del rimanente sembra che la difficoltà di prendere le altezze de' luoghi tanto elevati quanto lo sono le ciffe d'un bastimento sia poco convenuta a' navigatori, e perciò ne fanno ben poco uso: a preferenza si allontanano dalla costa, come è stato da noi raccomandato, quando si vogliono ottenere delle altezze nelle quali sia da fidarvisi.

T A V O L A

D E'

CAPITOLI, E DI CIO' CHE CONTIENSI
IN QUESTO VOLUME.

Pag.

CAP. I.	<i>Nozioni preliminari, e mezzi di trovare i dati de' calcoli nella conoscenza de' tempi.</i>	1
	<i>Mezzo di ridurre i gradi in tempo.</i>	8
	<i>Mezzo di ridurre il tempo in gradi.</i>	9
	<i>Metodi per calcolare i dati che trovansi nella conoscenza de' tempi per un istante proposto.</i>	10
CAP. II.	<i>Delle correzioni che devono farsi per tutte le altezze osservate del Sole, della Luna, e delle Stelle.</i>	21
	<i>Dell'abbassamento dell'orizzonte.</i>	22
	<i>De' semi-diametri del Sole e della Luna.</i>	28
	<i>Della Rifrazione Astronomica.</i>	29
	<i>Della Parallasse.</i>	32

Correzione per la più piccola delle altezze prese fuori del Meridiano, per ottonere la latitudine.

37

45

CAP. III. Della Latitudine.

Trovare la latitudine per mezzo dell'altezza meridiana di un astro qualunque.

46

Trovare la latitudine per mezzo di più altezze del Sole prese vicinissime al meridiano.

51

Trovar la latitudine per due altezze del Sole prese fuori del Meridiano, e per l'intervallo di tempo scorso tra le osservazioni.

58

PRECETTI GENERALI per osservare la latitudine con due altezze prese fuori del meridiano.

60

OSSERVAZIONE DELLA MEDESIMA SPECIE.

60

Regole per l'altezza la più vicina al meridiano.

60

Regole per l'altezza la più lontana dal meridiano.

61

OSSERVAZIONI DI DIFFERENTE SPECIE.

61

Regole per l'altezza la più vicina al meridiano.

62

Regole per l'altezza la più lontana dal meridiano.

62

Osservazione per l'applicazione delle Regole precedenti.

63

Calcolo della Latitudine.

64

CAP. IV. Calcolo dell'angolo orario, e dell'altezza di un astro qualunque.

71

	<i>Calcolo dell'angolo orario.</i>	72
	<i>Calcolo dell'altezza degli Astri.</i>	83
CAP. V.	<i>Metodi per regolare gli orologi marini e di adoperarli per determinare le longitudini.</i>	87
	<i>Metodi per regolare gli orologi marini.</i>	88
	<i>Trovare la longitudine per mezzo degli orologi marini.</i>	100
	<i>Mezzi di correggere la longitudine ottenuta per mezzo degli orologi marini.</i>	106
CAP. VI.	<i>Trovare la longitudine per mezzo delle distanze della Luna dal Sole, e dalle Stelle.</i>	111
	<i>Mezzi per prendere le altezze degli Astri allorchè se ne osserva la distanza.</i>	114
	<i>Calcolo della distanza vera, e dell'ora di Parigi.</i>	121
	<i>Calcolo dell'ora del luogo.</i>	130
CAP. VII.	<i>Trovare la declinazione dell'ago calamitato, coll'osservazione dell'azimut o dell'amplitudine del Sole, e col rilevamento astronomico di un oggetto terrestre.</i>	140
	<i>Calcolo dell'azimut, e dell'amplitudine del Sole.</i>	151
	<i>De' rilcvamenti Astronomici.</i>	151

N O T E.

I.	Calcolo dell'angolo Orario.	172
II.	Calcolo dell'altezza.	173
III.	Calcolo della latitudine con due altezze del Sole prese fuori del meridiano, e coll'intervallo di tempo scorso fra le osservazioni.	175
IV.	Calcolo della distanza vera della Luna dal Sole o da una Stella.	178
V.	Calcolo dell'Azimut, o dell'Amplitudine del Sole.	180
VI.	Calcolo della differenza che esiste tra l'Azimut del Sole, e l'Azimut di un oggetto terrestre.	182
VII.	Principj per la costruzione delle Tavole destinate a trovar la correzione della più piccola delle due altezze prese fuori del meridiano, per mezzo della latitudine.	184
VIII.	Metodi per calcolare l'inclinazione del raggio visuale, che va a piedi di una costa dalla quale l'orizzonte si trova circoscritto.	187

006656

SBN



A V V E R T I M E N T O.



Le tavole di Astronomia Nautica che debbono seguire questo trattato, non essendo stato possibile di comporle in 8.^o, giusta il testo del presente volume, verranno date separatamente in un volumetto in 4.^o

E R R A T A.

<i>Pag.</i>	<i>8 lin.</i>	<i>13</i>	<i>Per 135°</i>	<i>Per 133°</i>
95	6		7°.34'.28'',99	7°.34'.28'',82
108	3		+5°, 24	+5'', 24
	9		+8°. 56'	+8'', 56

6











